

Chapter 07

直流暫態



學習目標

- 7-1 e 與指數函數
- 7-2 電阻電容暫態電路
- 7-3 電阻電感暫態電路
- 7-4 本章內容摘要
- 7-5 課後習題

學習綱要

1. 能瞭解 e 的緣由與 $f(x)=e^{-x}$ 圖形。
2. 能夠瞭解與計算電阻電容暫態電路的電壓與電流變化。
3. 能夠瞭解與計算電阻電感暫態電路的電壓與電流變化。



前面我們已經介紹電阻接直流電壓的實驗，我們發現其電壓與電流瞬間就達穩定狀態。但是，電容與電感就不同了，其電壓與電流要達穩定狀態需要一個時間，且此時間與電感、電容、電阻值有關。在電壓還沒穩定之前這段期間的電壓與電流變化狀況，我們稱為暫態 (transient state)，等電壓與電流穩定了，我們稱此為穩態 (steady state)。以下我們分別介紹電容與電感的暫態，但其暫態的描述，都與 e 與指數函數 $y=e^{-x}$ 、 $y=1-e^{-x}$ 有關，所以，以下 7-1 節先介紹 e 與指數函數。

7-1 e 與指數函數

因為本章的實驗結果與 e 與指數函數 $f(x)=e^x$ 有關，所以我們先介紹 e 與指數函數的圖形。

範例 7-1a

說明 $e \cong 2.718$ 的簡述。

實習步驟

工程與科學的指數與對數函數，通常不是以 2 或 10 為底，而是以 e 為底，在此簡單闡述如下：

1. 假設借款金額為一元，年利率為 100%，每年複利一次，則一年後的本利和為 2 元。

$$1 \times (1+1)^1 = 2$$

2. 假設借款金額為一元，年利率為 100%，每月複利一次，則一年後的本利和為 2.613。

$$1 \times \left(1 + \frac{1}{12}\right)^{12} = 2.613$$

3. 假設借款金額為一元，年利率為 100%，每日複利一次，則一年後的本利和為 2.714。

$$1 \times \left(1 + \frac{1}{365}\right)^{365} = 2.714$$

4. 假設借款金額為一元，年利率為 100%，每秒複利一次，則一年後本利和為 2.718。

$$1 \times \left(1 + \frac{1}{365 \times 24 \times 60 \times 60}\right)^{365 \times 24 \times 60 \times 60} = 2.718$$

5. 以上計算，請鍵入以下程式，觀察執行結果。

```
def aa(a):
    m=1*(1+1/a)**(a)
    print(m)
a=1;aa(a)           #2.0
a=12;aa(a)          #2.613
a=365;aa(a)         #2.714
a=365*24*60*60;aa(a) #2.718
```

6. 細菌的繁殖、或電容、電感的充放電等，細菌與電子的數量都非常龐大，這些非常龐大物件的成長現象，都要用 e 來解釋才能理解。也就是數量非常龐大的物件，若其一年「平均」成長 2 倍，則一年後總數量會成長為 2.718 倍，而不是 2 倍。（平均分裂時間為 1 年，表示有些可能 1,2,3 個月就分裂為 2，也有些可能 12,13,14 個月才分裂為 2，那些 1 個月就分裂為 2 的，表示 1 年就成長為 2^{12} 倍，將每個月的成長數量累加、平均，其值接近 2.718，所以以上擁有龐大數量物質一年後的數量平均會是接近 2.718 倍，而不是 2 倍）

指數函數

我們國中已經介紹未知數 x 的一次函數，例如， $f(x)=3x+1$ ；也介紹未知數 x 的二次函數，例如， $f(x)=2x^2-3x+1$ ；也介紹未知數 x 的倒數函數，例如， $f(x)=\frac{1}{x}$ 。現在則要介紹未知數 x 的指數函數，例如， $f(x)=2^x$ ，請留意未知數 x 出現在指數的位置。指數是高一下數學的課程，數學課很可能跟不上基電，所以我們把要用的指數運算先介紹如下：

1. 倒數關係：指數的負號代表倒數。例如：

$$2^{-x} = \frac{1}{2^x} \text{ (例如, } 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \text{)}$$

$$2^{x-y} = \frac{2^x}{2^y} \text{ (例如, } 2^{3-2} = \frac{2^3}{2^2} = 2 \text{)}$$

2. e 為底：數學介紹指數函數都是以 $2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$ 為底，但我們基本電學都是以 e 為底， $e \cong 2.718$ 。例如：

$$e^2 = e \cdot e \doteq 7.38$$

$$e^{-1} = \frac{1}{e^1} \doteq 0.368$$

$$e^{-2} = \frac{1}{e^2} \doteq 0.135$$

以上計算的 Python 程式如下：

```
import math#載入math模組
e=math.e #使用e常數
print (e)#2.718
print (e**2)#7.38
print (e**-1)#0.368
print (e**-2)#0.135
print (e**-3)#0.05
print (e**-4)#0.02
print (e**-5)#0.006看成0
```

範例7-1b

繪製指數函數 $f(x) = e^x$ 圖形。

實習步驟

1. 請鍵入以下程式，觀察指數函數 $f(x) = e^x$ 圖形。

```
import matplotlib.pyplot as plt
#載入繪圖模組
import numpy as np #載入numpy 模組
print (np.e) #輸出e=2.718281828459045
x = np.arange(0, 5, 0.1)
# x為串列，其值從0到5，dx=0.1
y=(np.e)**(x)#計算每一個x對應的y值，y也是串列
plt.plot(x,y)#繪出函數圖形
plt.axhline(y=0)#繪出x軸
plt.axvline(x=0)#繪出y軸
plt.show() #於視窗輸出圖形
```

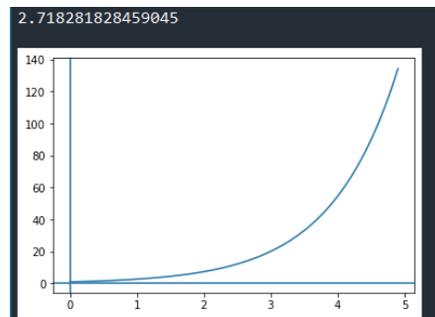


圖 (1) $f(x) = e^x$ 圖

2. 以上程式執行結果，如圖(1)。
3. 圖(1)是 $f(x)=e^x$ 的圖形，但這並非電學所要的，我們電學需要 $f(x)=e^{-x}$ ，指數為負表示整個函數倒數，所以此函數為 $f(x)=1/e^x$ ，以下我們寫程式觀察此函數圖形。

範例7-1c

請寫一程式輸出 $x=0,1,2,3,4,5,6,7$ 的指數函數 $f(x)=e^{-x}$ 值。

實習步驟

1. 請鍵入以下程式，觀察指數函數 $f(x)=e^{-x}$ 的輸出結果。

```
import numpy as np #載入numpy 模組
print(np.e) #輸出e=2.718281828459045
x = np.arange(0, 8, 1)
# x為串列，其值從0到7，dx=1
y=(np.e)**(-x)#計算每一個x對應的y值，y也是串列
for i in range(8):
    print(x[i],end=" ")
    print("{:7.3f}".format(y[i]))#輸出佔七格，小數取3位
```

```
2.718281828459045
0  1.000
1  0.368
2  0.135
3  0.050
4  0.018
5  0.007
6  0.002
7  0.001
```

圖(1) $f(x)=e^{-x}$ 的輸出結果

2. 以上程式執行如圖(1)。
3. 由圖(1)的結果，我們發現 $e^{-1} \doteq \frac{1}{e} = 0.368$ ， $e^{-2} \doteq \frac{1}{e^2} = 0.135$ ， $e^{-3} \doteq 0.05$ ， $e^{-4} \doteq 0.018 \doteq 0.02$ ， $x=5$ 之後， e^{-x} 就非常小，我們就說其值趨近於0，這些值要記起來，這樣本章的計算才會快，以上運算將是本章重點。

範例7-1d

寫程式繪出 $x=0,1,2,3,4,5$ 的指數函數 $f(x)=e^{-x}$ 圖形。

操作步驟

1. 請鍵入以下程式，觀察指數函數 $f(x)=e^{-x}$ 圖形。

```
import matplotlib.pyplot as plt
#載入繪圖模組
import numpy as np #載入numpy 模組
print(np.e) #輸出e=2.718281828459045
x = np.arange(0, 8, 0.1)
# x為串列，其值從0到8，dx=0.1
y=(np.e)**(-x)#計算每一個x對應的y值，y也是串列
plt.plot(x,y)#繪出函數圖形
plt.axhline(y=0)#繪出x軸
plt.axvline(x=0)#繪出y軸
plt.show() #於視窗輸出圖形
```

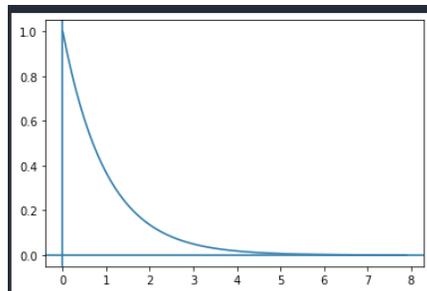


圖 (1)

2. 以上程式執行結果如圖 (1)。由圖 (1)，我們發現指數函數 $f(x) = e^{-x}$ ， x 大於等於 5 以後就趨近 0，此即為本章關鍵重點。

範例7-1e

寫程式輸出 $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 的指數函數 $f(x) = 1 - e^{-x}$ 之值。

操作步驟

1. 請鍵入以下程式，觀察指數函數 $f(x) = 1 - e^{-x}$ 的輸出結果。

```
import numpy as np #載入numpy 模組
print(np.e) #輸出 2.718281828459045
e=np.e
x = np.arange(0, 8, 1)
# x為串列，其值從0到7，dx=1
y=1-e**(-x)#計算每一個x對應的y值，y也是串列
for i in range(8):
    print(x[i],end=" ")
    print("{:7.3f}".format(y[i]))#輸出佔七格，小數取3位
```

```
2.718281828459045
0  0.000
1  0.632
2  0.865
3  0.950
4  0.982
5  0.993
6  0.998
7  0.999
```

圖 (1) 程式執行結果

2. 以上程式執行結果如圖 (1)，我們發現 $x \geq 5$ 以後，其值接近 1。
3. 以上 $x=1, f(x) \doteq 0.632; x=2, f(x) \doteq 0.86; x=3, f(x) \doteq 0.95; x=4, f(x) \doteq 0.98; x=5, f(x) \doteq 0.99$ ，這些值要記起來，這樣本章的計算才會快。

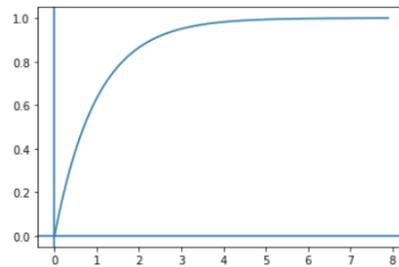
範例7-1f

寫程式繪出 $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 的指數函數 $f(x) = 1 - e^{-x}$ 圖形。

操作步驟

1. 請鍵入以下程式，觀察指數函數 $f(x) = 1 - e^{-x}$ 圖形。

```
import matplotlib.pyplot as plt
#載入繪圖模組
import numpy as np #載入numpy 模組
print(np.e) #輸出e=2.718281828459045
x = np.arange(0, 8, 0.1)
# x為串列，其值從0到8，dx=0.1
y=1-(np.e)**(-x)#計算每一個x對應的y值，y也
是串列
plt.plot(x,y)#繪出函數圖形
plt.axhline(y=0)#繪出x軸
plt.axvline(x=0)#繪出y軸
plt.show() #於視窗輸出圖形
```



圖(1) $f(x) = 1 - e^{-x}$ 圖形

2. 以上程式執行結果如圖(1)。由圖(1)，我們發現指數函數， x 大於等於 5 以後就趨近 1，此即為本章重點。

自我練習

1. 請將自己從出生到現在，年齡為 x 軸，身高為 y 軸，繪出函數圖，且此一圖形，可以用以下哪一函數來表示呢？

(A) $y = 3x + 10$

(B) $y = 3x^2 + 10$

(C) $y = \frac{1}{3x + 1}$

(D) $y = 170(1 - e^{\frac{-x}{5}})$

7-2 電阻電容暫態電路

電阻電容充電暫態

圖 7-2a 稱為電阻電容充電電路，以下簡稱 RC 充電電路。開關 SW 初始狀態位於位置 b ，此時電容器放電完畢，未儲存任何電荷。當 $t=0$ 時，開關 SW 連接 a 點，電源 E 流出的電流 $i(t)$ 經 R 向電容器 C 充電（電

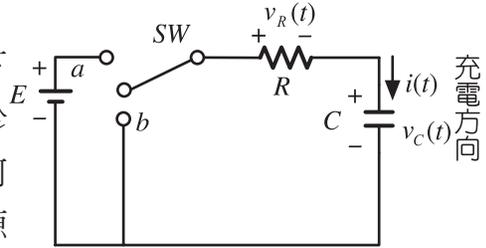
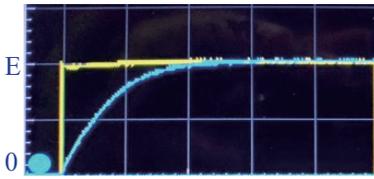
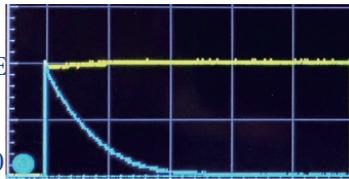
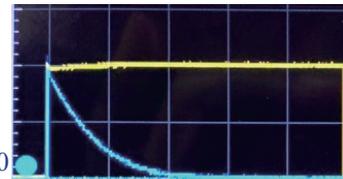


圖 7-2a

流是順時針)，電容器兩端電壓 $v_C(t)$ 從 0 隨著時間 t 的增加逐漸增加，這段時間電壓一直在上升，一直在變化，我們稱為暫態。經過一段時間後，電容器兩端的電壓 $v_C(t)$ 會因電荷被充滿而等於電源電壓 E ，電流為 0，此時電壓與電流都穩定下來，不再變化，我們稱為穩態。以上充電過程中， $v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 的示波器函數圖形如圖 7-2b、7-2c、7-2d。

圖 7-2b $v_C(t)$ 黃色是電源，藍色是 $v_C(t)$ 圖 7-2c $v_R(t)$ 黃色是電源，藍色是 $v_R(t)$ 圖 7-2d $i(t)$ 黃色是電源，藍色是 $i(t)$

以上波形與 7-1 節的 $y=e^{-x}$ 、 $y=1-e^{-x}$ 相近，經過科學家不斷實驗，我們發現都與時間 t 、 E 、 R 、 C 有關，且為時間 t 函數，隨著時間 t 的改變而改變，且其值可以由以下方程式表示：

$$v_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (\text{伏特, V})$$

(公式7-2a)

$$v_R(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}} \quad (\text{伏特, V}) \quad \text{or} \quad v_R(t) = E - v_C(t) \quad (\text{伏特, V})$$

(公式7-2b)

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \quad (\text{安培, A}) \quad \text{or} \quad i(t) = v_R(t) / R \quad (\text{安培, A})$$

(公式7-2c)

時間常數

RC 充電電路中，電容器在充電過程電壓是由小變大，電路處在暫態，暫態時間長短是取決於電阻值與電容值乘積的大小，由實驗結果發現，電容電壓充電達到電源電壓所需時間是 $5RC$ ，也就是經果 $5RC$ 時間，電容電壓值穩定下來，達到穩態。因此，我們定義一個時間常數 (time constant，符號為 τ ，讀音 tau)，其公式為：

$$\tau = RC \quad (\text{秒}, s)$$

(公式7-2d)

τ ：時間常數，單位為秒(s)。

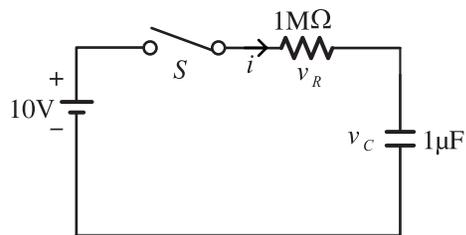
R ：電阻值，單位為歐姆(Ω)。

C ：電容值，單位為法拉(F)。

範例7-2a

圖(1)是一個 RC 充電電路，時間 t 為 0 時，電容未儲存任何電荷。試求

- (1) 此電路時間常數為多少秒？
- (2) 開關閉合瞬間 $t=0$ 時， v_C ， v_R ， i 分別是多少？
- (3) 開關閉合瞬間 $t=1s$ 時， v_C ， v_R ， i 分別是多少？
- (4) 開關閉合瞬間 $t=2s$ 時， v_C ， v_R ， i 分別是多少？
- (5) 開關閉合瞬間 $t=3s$ 時， v_C ， v_R ， i 分別是多少？
- (6) 開關閉合瞬間 $t=4s$ 時， v_C ， v_R ， i 分別是多少？
- (7) 開關閉合瞬間 $t=5s$ 時， v_C ， v_R ， i 分別是多少？
- (8) 繪出 $v_C(t)$ 圖。
- (9) 繪出 $v_R(t)$ 圖。
- (10) 繪出 $i(t)$ 圖。
- (11) 寫程式繪出 $v_C(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖形。



圖(1)

解

(1) 時間常數；依據公式 7-2d：

$$\tau = RC = 1M \cdot 1\mu = 1s$$

(2) 依據公式 7-2a、7-2b：

$$v_C(t) = E(1 - e^{-t/RC}), \quad v_R(t) = E \cdot e^{-t/RC}, \quad i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

將 $t=0$ 代入以上公式，得到：

$$v_C(0) = E(1-1) = 0V, \quad v_R(0) = E \cdot e^0 = 10V, \quad i(0) = \frac{v_R(0)}{1M} = 10\mu A$$

(3) $t=1$ ， $t/RC=1$ 表示經過 1 個時間常數，將 $-t/RC$ 使用 -1 代入公式：

$$v_C(1) = 10(1 - e^{-1}) = 10(1 - \frac{1}{e}) = 10(1 - 0.368) \doteq 6.32V$$

$$v_R(1) = 10e^{-1} \doteq 3.68V \text{ or } v_R(1) = E - v_C(1) = 10 - 6.32 \doteq 3.68V, \quad i(1) = \frac{v_R(1)}{1M} \doteq 3.68\mu A$$

(4) $t=2$ ， $t/RC=2$ 表示經過 2 個時間常數，將 $-t/RC$ 使用 -2 代入公式：

$$v_C(2) = 10(1 - e^{-2}) = 10(1 - 0.135) \doteq 8.65V$$

$$v_R(2) = 10e^{-2} \doteq 1.35V \text{ or } v_R(2) = 10 - 8.65 \doteq 1.35V, \quad i(2) = \frac{v_R(2)}{1M} \doteq 1.35\mu A$$

(5) $v_C(3) = 10(1 - e^{-3}) = 10(1 - 0.05) \doteq 9.5V$

$$v_R(3) = E - v_C(3) = 10 - 9.5 \doteq 0.5, \quad i(3) = \frac{v_R(3)}{R} = \frac{0.5}{1M} \doteq 0.5\mu A$$

(6) $v_C(4) = 10(1 - e^{-4}) = 10(1 - 0.02) \doteq 9.8V$ (7) $v_C(5) = 10(1 - e^{-5}) = 10(1 - 0) \doteq 10V$

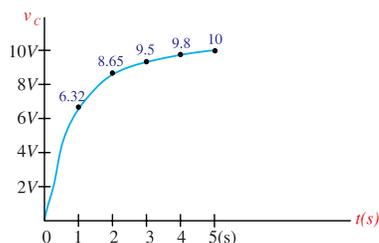
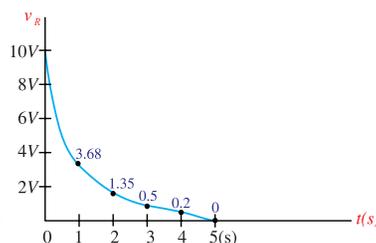
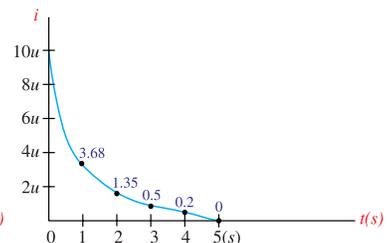
$$v_R(4) = E - v_C(4) \doteq 0.2V$$

$$v_R(5) = 10 - v_R(5) = 10 - 10 \doteq 0$$

$$i(4) = \frac{v_R(4)}{R} = \frac{0.2}{1M} \doteq 0.2\mu A$$

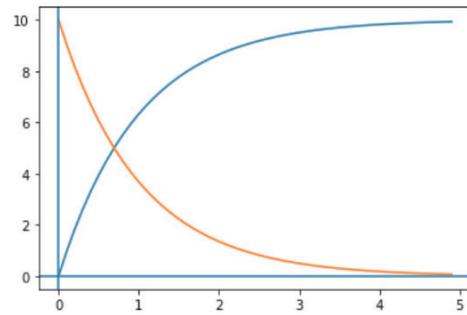
$$i(5) = \frac{v_R(5)}{R} \doteq 0$$

(8) $v_C(t)$ 函數圖如圖 (2)。 (9) $v_R(t)$ 函數圖如圖 (3)。 (10) $i(t)$ 函數圖如圖 (4)。請觀察計算結果，與實驗值 (圖 7-2a、圖 7-2b、圖 7-2c) 是否接近，驗證公式是否正確。

圖 (2) $v_C(t)$ 函數圖圖 (3) $v_R(t)$ 函數圖圖 (4) $i(t)$ 函數圖

(11) 撰寫程式如下，繪出 $v_C(t)$ 與 $v_R(t)$ 函式圖形。

```
import matplotlib.pyplot as plt
#載入繪圖模組
import numpy as np #載入numpy 模組
e=np.e #e=2.718281828459045
M=1000000;u=0.000001;
E=10;R=1*M;C=1*u;tau=R*C
t = np.arange(0, 5*tau, 0.1)
# t為串列，其值從0到5*tau，dx=0.1
y1=E*(1-e**(-(t/tau))) #vc(t)
y2=E*e**(-(t/tau)) #vr(t)
plt.plot(t,y1)#繪出vc(t)函數圖形，藍色
plt.plot(t,y2)#繪出vr(t)函數圖形，橘紅色
plt.axhline(y=0)#繪出x軸
plt.axvline(x=0)#繪出y軸
plt.show() #於視窗輸出圖形
```



圖(5) 程式執行圖，藍色是 $v_C(t)$ ，橘紅色是 $v_R(t)$

(12) 以上程式，執行結果如圖(5)。

(13) 以上程式可繪出函數圖形，若只要求出指定時間的 v_C 、 v_R 、 i 值，則程式如下：

```
import math#載入math模組
e=math.e #使用e常數
M=1000000;u=0.000001
E=10;R=1*M;C=1*u;tau=R*C;t=1 #時間在此調整
vc=E*(1-e**(-(t/tau))) #vc(t)
vr=E*e**(-(t/tau)) #vr(t)
i=vr/R
print("vc=",vc)#6.32
print("vr=",vr)#3.68
print("i=",i)#3.68e-06
```

自我練習

1. 如右圖所示，為一個 RC 充電電路， $t=0$ 時，電容器未儲存任何電荷。

試求：

- (1) 此電路的時間常數為多少秒？
 - (2) 開關閉合後， $t=0$ ， v_C 、 v_R 及 i 分別是多少？
 - (3) 開關閉合後， $t=10s$ ， v_C 、 v_R 及 i 分別是多少？
 - (4) 開關閉合後， $t=20s$ ， v_C 、 v_R 及 i 分別是多少？
 - (5) 開關閉合後， $t=40s$ ， v_C 、 v_R 及 i 分別是多少？
 - (6) 開關閉合後， $t=80s$ ， v_C 、 v_R 及 i 分別是多少？
 - (7) 將以上 v_C 、 v_R 、 i 之值給圖。
 - (8) 程式繪出 $v_C(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖形。
2. 電阻與電容串聯電路，電阻為 $2k\Omega$ ，電容為 $25\mu F$ ，此電路的時間常數為何？

統測 112

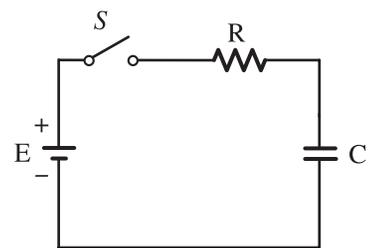
- (A) 12.5ms (B) 25ms (C) 50ms (D) 100ms
3. 電阻 R_1 與電容 C_1 串聯電路，此電路時間常數為 $50ms$ ，電容 C_1 為 $20\mu F$ ，則電阻 R_1 為何？

統測 110

- (A) 20 k Ω (B) 2.5k Ω (C) 50 Ω (D) 2.5 Ω
4. 如右圖所示之電路， $E=100V$ ， $R=100k\Omega$ ， $C=50\mu F$ ，當 $t=0$ 時將 S 閉合，該電路的時間常數 τ 為多少？

台北自來水 111

- (A) 2.5 秒 (B) 5 秒
(C) 25 秒 (D) 2.5 Ω

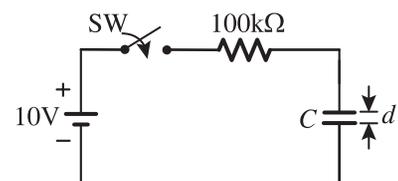


5. 如右圖所示之平行板電容器 C ，已知兩極板之面積為 $10m^2$ ，間距 $d=1mm$ ，介質相對介電係數 $\epsilon_r=100/8.85$

。若此電容器初始儲能為零，則當開關 SW 閉合後 0.1 秒時，電容器兩極板間之電場強度 (V/m) 約為何？ ($e \cong 2.718$)

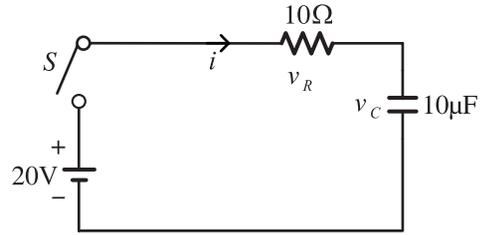
統測 108

- (A) 6320 (B) 3680 (C) 2880 (D) 1440



範例7-2b

圖(1)的電路，開關 S 閉合前，電容器未儲存任何電荷，求 S 閉合瞬間($t=0$)， v_C 為何？ v_R 為何？ i 為何？



圖(1)

解

1. 依據公式 7-2a、7-2b、7-2c： 2. $t=0$ 代入以上公式得

$$v_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$v_C(0) = 20(1 - 1) = 0$$

$$v_R(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$$

$$v_R(0) = 20V$$

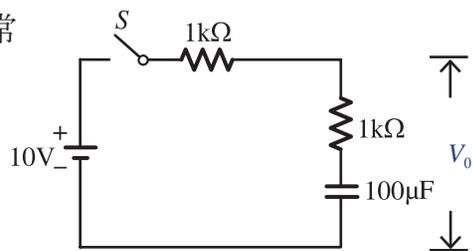
$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(0) = \frac{20}{10} = 2A$$

3. 由以上結果可知， S 閉合瞬間，電容端電壓端電壓為 0，視為短路。

自我練習

- 同範例 7-2b，(1) 求充電時間常數？(2) 求多少時間後，電路達穩定？(3) 電路穩定後， v_C 為多少？ v_R 為多少？ i 為多少？ 統測 107
- 一電阻 R 與一無初始電荷的電容 C 串聯接於直流源電壓 E 之 RC 充電暫態電路，若開始充電的時間是 $t=0$ ，則下列敘述何者錯誤？ 統測 107
 - 在時間 $t=RC$ 時，電容的端電壓約為 $0.368E$
 - 電容兩端的電壓隨時間增加會愈來愈大，穩態時達定值 E
 - 在時間 $t=3RC$ 時，電阻的端電壓約為 $0.05E$
 - 電阻兩端的電壓隨時間增加會愈來愈小，穩態時為零
- 電路如圖(2)，試求(1) 電容充電時間常數？(2) 當開關 S 閉合瞬間， V_0 是多少？
- 電路如圖(3)， RC 電路的时间常數是多少？



圖(2)

5. 電路如圖 (4)，RC 電路的時間常數是多少？

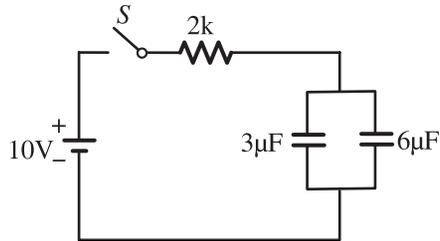


圖 (3)

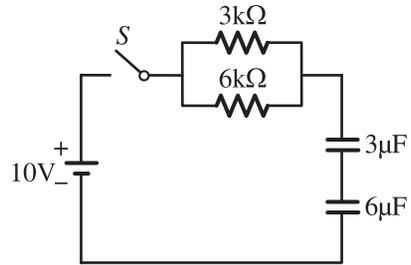


圖 (4)

範例7-2c

如圖 (1) 所示，試求：

- (1) 充電時間常數？
- (2) 開關閉合 0.03 秒後 v_C ？
- (3) 開關閉合 1 秒後 v_C ？

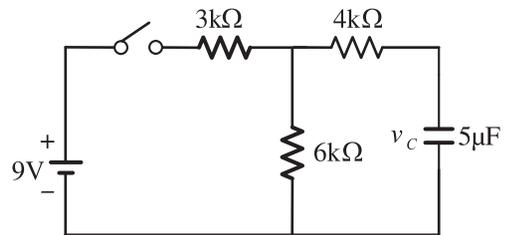


圖 (1)

解

(1) 本例負載是電容器，電路有點複雜，但若先求其戴維寧等效電路，就能得到標準 RC 充電電路，而套用 RC 充電公式。

(a) 負載移開，求負載端看到的等效電阻與等效電壓。

(b) 將電源短路，如圖 (2)，此為戴維寧等效電阻。

$$R_{th} = 4k + (3k / 16k) = 6k\Omega$$

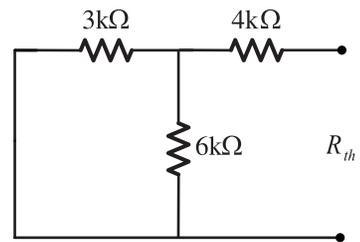


圖 (2)

(c) 負載端的分壓，如圖 (3)，此為戴維寧等效電壓。

$$V_{th} = 9 \left(\frac{6}{3+6} \right) = 6V$$

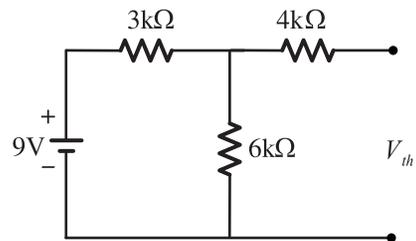


圖 (3)

(2) 等效電路如圖 (4)，此即為標準 RC 充電電路，所以

$$\tau = R \cdot C = 6k \cdot 5\mu = 0.03 \text{ 秒。}$$

(3) 閉合 0.03 秒，為一個時間常數，所以

$$v_C = 6(1 - e^{-1}) = 6(1 - 0.368) = 6 \cdot 0.632 = 3.8V。$$

(4) 1 秒後已超過 5 個時間常數，電容已經充滿電，所以 v_C 等於 6V。

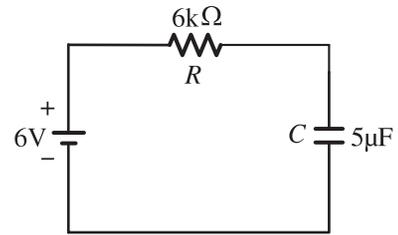
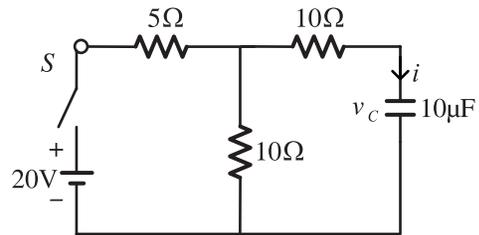


圖 (4)

自我練習

1. 如右圖電路，開關 S 閉合前，電容器未儲存任何電荷，求 S 閉合瞬間 v_C 為何？ i 如何？



範例7-2d

如圖 (1) 所示電容器未儲存任何電荷。

試求：

- (1) S 閉合瞬間 v_C 、 i_1 與 i_2 為何？
- (2) 電路穩定後， v_C 、 i_1 、 i_2 為何？

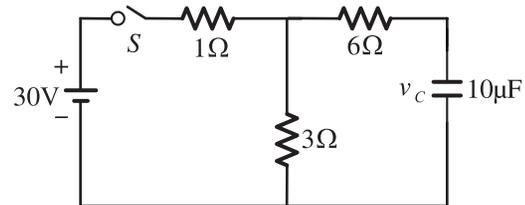


圖 (1)

解

(1) S 閉合瞬間，電容視為短路 $v_C = 0$ ，等效電路如圖 (2)。

$$i_1 = \frac{30}{1 + (6//3)} = \frac{30}{3} = 10A$$

$$i_2 = 10 \cdot \frac{3}{3+6} = 10 \cdot \frac{3}{9} \doteq 3.3A$$

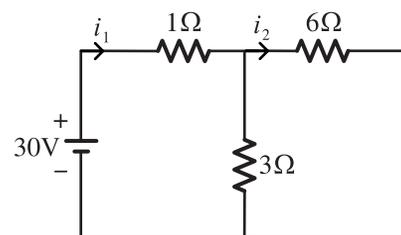


圖 (2)

(2) 電路穩定後， v_C 充滿電，電容視為開路，如圖 (3)。

$$i_1 = 30 / (1 + 3) = 7.5A$$

$$i_2 = 0$$

$$v_C = 7.5 \times 3 = 22.5V$$

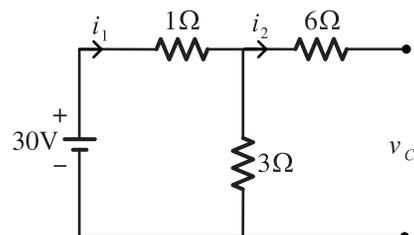


圖 (3)

自我練習

1. 如圖 (4) 所示電路， $t=0$ 秒前電容器電壓為零，若 $t=0$ 秒時將開關 S 閉合，則電容器兩端電壓 $v_C(t)$ 為何？
統測 111

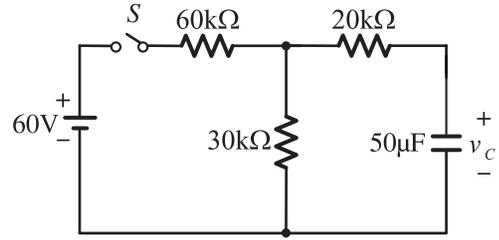


圖 (4)

- (A) $60(1 - e^{-0.5t})$ V (B) $20(1 - e^{-0.5t})$ V (C) $60(1 - e^{-0.05t})$ V (D) $20(1 - e^{-0.05t})$ V
2. 如圖 (5) 所示電路，若開關 S 閉合前，電容器無儲存能量。 S 於時間 $t=0$ 時閉合，則在 S 閉合瞬間 ($t=0$) 和電路穩態 ($t=\infty$)， I 分別為何？
統測 109

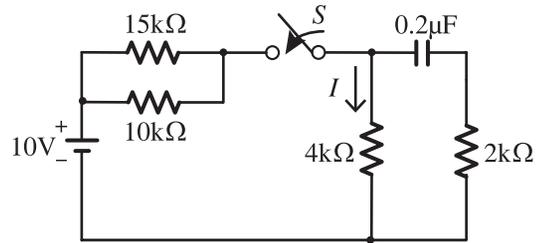


圖 (5)

- (A) 0.46mA, 1mA (B) 1.25mA, 2mA
(C) 1.25mA, 0.46mA (D) 1mA, 1.25mA

RC放電

圖 7-2a 當電容器充滿以後， $v_C(t) = E$ ， $v_R(t) = 0$ ， $i(t) = 0$ ，電路呈現穩定狀態。若此時開關 SW 切換至 b 的位置，如圖 7-2e，電容器開始逆時針放電，電容器兩端的電壓 $v_C(t)$ 隨時間逐漸降低，科學家經過不斷的實驗，發現也是經過同樣 5 倍的時間常數 τ ($\tau = RC$)

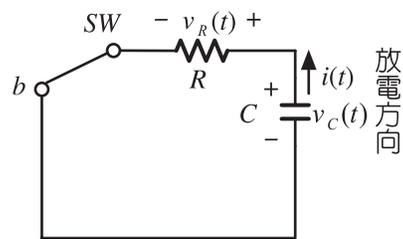


圖 7-2e

後， $v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 逐漸降為 0。以上放電過程中， $v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 的示波器函數圖形如圖 7-2f、7-2g、7-2h，請留意 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 都是由負到 0，這代表放電的方向與充電時相反。

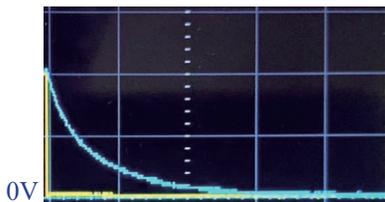


圖 7-2f $v_C(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_C(t)$

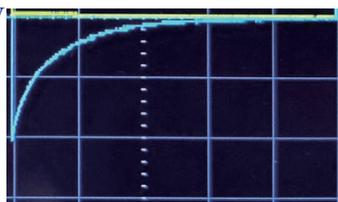


圖 7-2g $v_R(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_R(t)$

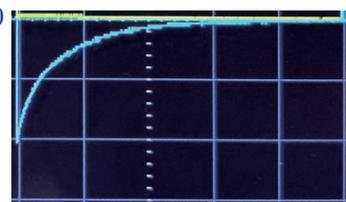


圖 7-2h $i(t)$

黃色是電源，藍色是 $i(t)$

以上波形與 7-1 節的 $y=e^{-x}$ 與 $y=1-e^{-x}$ 相近，經過科學家不斷實驗，發現都與時間 t 、 E 、 R 、 C 有關，且為時間 t 函數，隨著時間 t 的改變而改變，其值如下：

$$v_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}} \quad (\text{伏特, V}) \quad (\text{公式7-2e})$$

$$v_R(t) = -Ee^{-\frac{t}{RC}} \quad (\text{伏特, V}) \quad \text{or} \quad v_R(t) = -v_C(t) \quad (\text{伏特, V})$$

(負號表示與原充電電壓極性相反) (公式7-2f)

$$i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \quad (\text{安培, A}) \quad \text{or} \quad i(t) = v_R(t) / R \quad (\text{安培, A})$$

(負號表示與原充電電流方向相反) (公式7-2g)

RC放電時間常數

電容放電時間與電容充電時間相同，一樣是需要 $5RC$ 的時間，才能放電完畢，電壓歸零，所以一樣定義一個電容放電時間常數為：

$$\tau = RC \quad (\text{秒, s}) \quad (\text{公式7-2h})$$

也是配合 e 常數，剛好是電容放電剩下 36.8% 為 1 個時間常數。

範例7-2e

RC 放電電路如圖 7-2a， $E=10\text{V}$ ， $R=2\text{k}$ ， $C=1\text{mF}$ ，當電容充滿電後，開關 SW 於 $t=0$ 時切換到位置 b 。試求：

- (1) 放電時間常數 τ ?
- (2) 放電方向 ?
- (3) $t=2\text{s}$ 的 v_C 、 v_R 、 i ?
- (4) $t=4\text{s}$ 的 v_C 、 v_R 、 i ?
- (5) $t=6\text{s}$ 的 v_C 、 v_R 、 i ?
- (6) $t=8\text{s}$ 的 v_C 、 v_R 、 i ?
- (7) $t=10\text{s}$ 的 v_C 、 v_R 、 i ?
- (8) 撰寫程式繪出 $v_C(t)$ 與 $v_R(t)$ 。

解

- (1) 依據公式 7-2h，放電時間常數 $\tau = R \cdot C = 2\text{k} \cdot 1\text{m} = 2\text{s}$ 。
- (2) 放電方向為從 C 流向 R ，與充電方向相反，所以 v_R 與 i 的標示要加上負號。

(3) 依據公式 7-2e、7-2f、7-2g， $\tau=2$ ， $t=2$ 時，表示經過一個時間常數，所以 $-t/RC$ 以 -1 代入。

$$v_C = v_C(2) = E \cdot e^{-2/2} = 10 \cdot e^{-1} \doteq 3.68V$$

$$v_R = v_R(2) = -E \cdot e^{-2/2} = -v_C \doteq -3.68V \text{ (負號表示與原充電方向相反)}$$

$$i = i(2) = -\frac{E}{R} e^{-2/2} = -\frac{3.68}{2k} \doteq -1.84mA \text{ (負號表示與原充電方向相反)}$$

(4) $t=4$ ，表示經過2個時間常數。

$$v_C = v_C(4) = E \cdot e^{-4/2} = 10 \cdot e^{-2} \doteq 1.35V$$

$$v_R = -v_C \doteq -1.35V$$

$$i = v_R / R = -1.35 / 2k \doteq -0.67mA$$

(6) $t=8$ ，表示經過4個時間常數。

$$v_C = v_C(8) = 10 \cdot e^{-4} \doteq 0.2V$$

$$v_R = -v_C \doteq -0.2V$$

$$i = v_R / R = -0.2 / 2k \doteq -0.1mA$$

(5) $t=6$ ，表示經過3個時間常數。

$$v_C = v_C(6) = 10 \cdot e^{-3} \doteq 0.5V$$

$$v_R = -v_C \doteq -0.5V$$

$$i = v_R / R = -0.5 / 2k \doteq -0.25mA$$

(7) $t=10$ ，表示經過 5 個時間常數。

$$v_C = v_C(10) = 10 \cdot e^{-5} \doteq 0$$

$$v_R \doteq 0$$

$$i \doteq 0$$

(8) 將以上結果繪圖。 $v_C(t)$ 如圖 (1)， $v_R(t)$ 如圖 (2)， $i(t)$ 如圖 (3)。

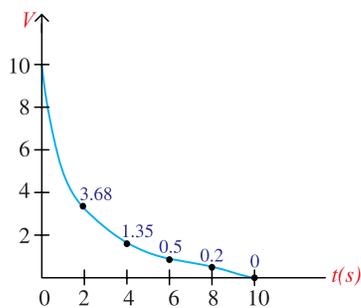


圖 (1) $v_C(t)$ 函數圖

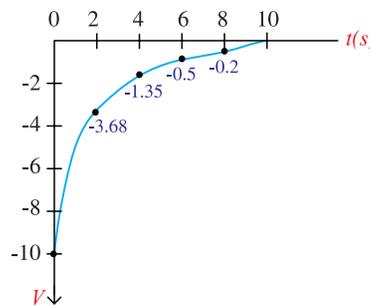


圖 (2) $v_R(t)$ 函數圖

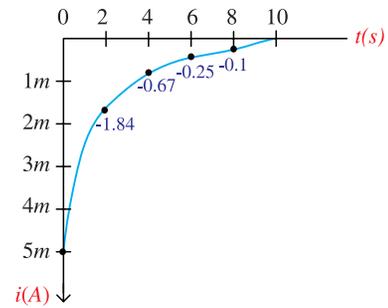


圖 (3) $i(t)$ 函數圖

(9) 撰寫程式如下，可繪出 $v_C(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖。

```
import matplotlib.pyplot as plt
#載入繪圖模組
import numpy as np #載入numpy 模組
e=np.e #e=2.718281828459045
k=1000;m=0.001
E=10;R=2*k;C=1*m;tau=R*C
t = np.arange(0, 5*tau, 0.1)
```

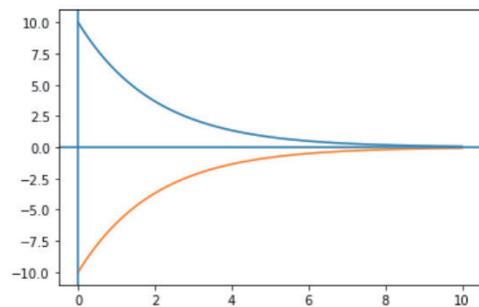


圖 (4) 藍色是 $v_C(t)$ ，橘紅色是 $v_R(t)$

```
# t為串列，其值從0到5*tau，dx=0.1
y1=E*e**(-(t/tau)) #vc(t)
y2=-E*e**(-(t/tau)) #vr(t)
plt.plot(t,y1)#繪出vc(t)函數圖形，藍色
plt.plot(t,y2)#繪出vr(t)函數圖形，橘紅色
plt.axhline(y=0)#繪出x軸
plt.axvline(x=0)#繪出y軸
plt.show() #於視窗輸出圖形
```

(10) 執行結果如圖(4)。

(11) 以上程式可繪出函數圖形，若只要求出指定時間的 v_C 、 v_R 、 i 值，則程式如下：

```
import math#載入math模組
e=math.e #使用e常數
k=1000;m=0.001
E=10;R=2*k;C=1*m;tau=R*C
t=2 #時間在此調整
vc=E*e**(-(t/tau)) #vc(t)
vr=-E*e**(-(t/tau)) #vr(t)
i=vr/R
print("vc=",vc)#3.68
print("vr=",vr)#-3.68
print("i=",i)#-0.00184
```

(12) RC 充放電都是先求 v_C ，次求 v_R ，最後 i 為 v_R/i 。

(13) 請同學要多繪圖，才能將結果透過圖像牢牢記住，將稱為圖像記憶法。

(14) RC 暫態電路都是先求 v_C ，接著求 v_R ，充電 v_R 是 $E - v_C$ ，放電 v_R 是 $-v_C$ ， i 則一定是 v_R/R 。

自我練習

1. RC 放電電路如圖 7-2e， $E = 20$ ， $R = 4k$ ， $C = 0.5mF$ 。試求：

(1) 放電時間常數。

(2) 分別求 $t = 2, 4, 6, 8, 10$ 的 v_C 、 v_R 及 i 。

(3) 將(2)之結果以時間為 x 軸，電壓與電流為 y 軸，繪出圖形。

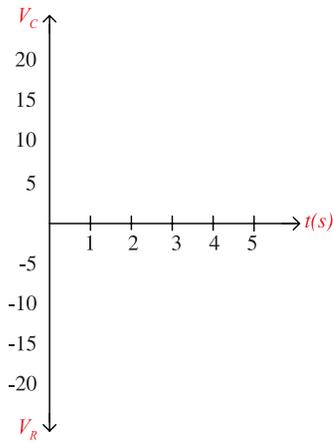


圖 (1) $v_C(t)$ 與 $v_R(t)$

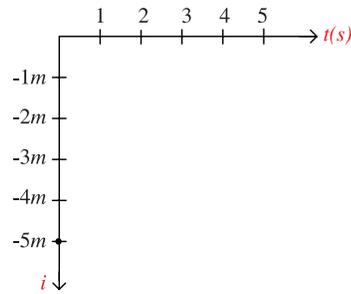
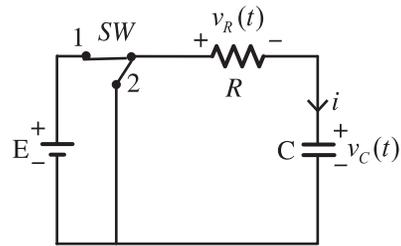


圖 (2) $i(t)$

- (4) 寫程式繪出 $v_C(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖。
2. 如右圖所示之電路，電路之時間常數為 τ ，若電容之初值電壓為零，在 $t=0$ 時將 SW 切入位置 1，並在 $t=5\tau$ 時，再將開關 SW 切回位置 2。則 $t=0$ 之後 $v_R(\tau) + v_C(\tau) + v_R(6\tau) + v_C(6\tau)$ 之值為何？
- 統測 108
- (A) E (B) $0.5E$ (C) $0.368E$ (D) $0.144E$



範例 7-2f

如圖 (1)， $t=0$ ， S 閉合，試求：

- (1) 充電時間常數？
- (2) 充電 8 秒 v_C 與 i_C 之值？
- (3) $t=25$ 秒時 S 打開，求放電時間常數？
- (4) $t=31$ 秒時 v_C 與 i 之值？

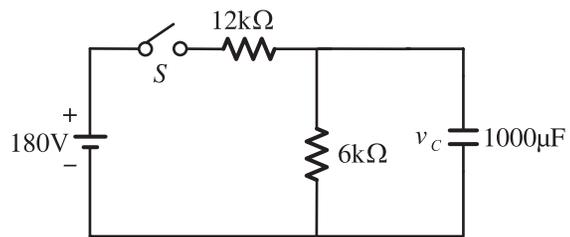


圖 (1)

解

- (1) 將電容器當作負載，求其戴維寧等效電路。
 - (a) 負載移開，求從負載端看到的等效電阻與等效電壓。

(b) 電源短路，如圖 (2)，此為戴維寧等效電阻

$$R_{th} = 12k / 16k = 4k\Omega$$

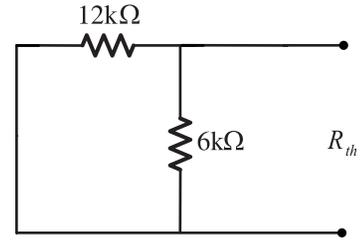


圖 (2)

(c) 負載端的分壓為 V_{th} ，如圖 (3)，

$$V_{th} = \frac{180}{12+6} \cdot 6 = 60V$$

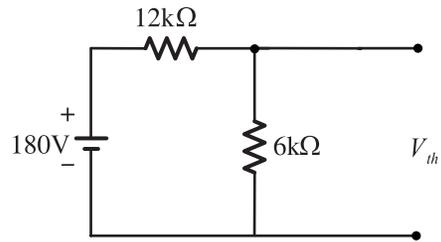


圖 (3)

(2) 等效電路如圖 (4) 此即為標準 RC 充放電電路，即可套用現成充放電公式，

$$\tau = 4k \cdot 1000\mu = 4s$$

(3) 充電 8 秒為 2 個時間常數。

$$v_C = 60(1 - e^{-2}) \doteq 52V$$

$$v_R = 60 - 52 = 8V$$

$$i = 8 / 4k = 2mA$$

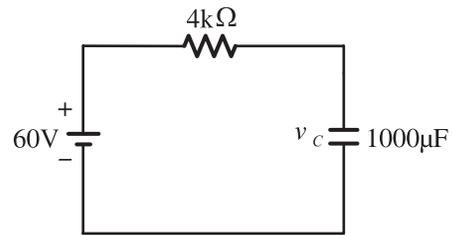


圖 (4)

(4) S 打開，放電電路如圖 (5)

$$\tau = R \cdot C = 6k \cdot 1000\mu \doteq 6s$$

(5) $t = 31$ 秒，表示放電 6 秒，6 秒為一個時間常數。

$$V_C = 60 \cdot e^{-1} = 60 \cdot 0.368 \doteq 22V$$

$$v_R \doteq -22V \text{ (負號表示與充電方向相反)}$$

$$i = \frac{-22}{6k} \doteq -3.6mA \text{ (負號表示與充電方向相反)}$$

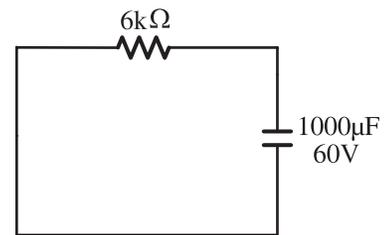


圖 (5)

自我練習

1. 如圖 (6) 所示電路，開關 S 已經閉合一段時間，電路已達穩定。若在 $t=0$ 秒時將開關打開，此時線路電流 $I=?$

自來水 110

- (A) 0.2mA (B) 0A
(C) 2mA (D) 2.5mA

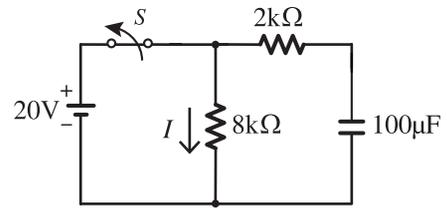


圖 (6)

7-3 電阻電感暫態電路

電阻電感充電暫態

圖 7-3a 稱為電阻電感充電電路，以下簡稱 RL 充電電路。開關 SW 初始狀態位於位置 b ，此時電感器放電完畢，未儲存任何電荷。當 $t=0$ 時，開關 SW 連接 a 點，電源 E 流出的電流，先經過電阻 R ，再向電感器

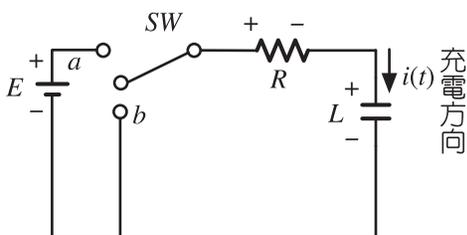


圖 7-3a L

充電，電感器兩端瞬間感應一個電動勢 E ，來抵抗電流的增加，此稱為楞次定律。但此電壓 E ，隨著時間的增加逐漸降低，這段時間電壓一直在下降，一直在變化，我們稱為暫態。經過一段時間後，電感器兩端的電壓逐漸降為 0，電壓穩定下來，不再變化，我們稱為穩態。此時，電流為 E / R ，順時針。以上充電過程中， $v_L(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 的示波器函數圖形如圖 7-3b、7-3c、7-3d。

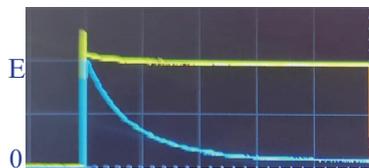


圖 7-3b $v_L(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_L(t)$

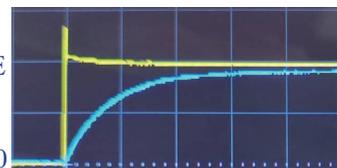


圖 7-3c $v_R(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_R(t)$

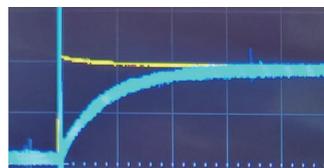


圖 7-3d $i(t)$

黃色是電源，藍色是 $i(t)$

以上波形與 7-1 節 $y=e^{-x}$ 與 $y=1-e^{-x}$ 相近，經過科學家不斷實驗，我們發現都與時間 t 、 E 、 R 、 L 有關，且為時間 t 函數，隨著時間的改變而改變，且其值可由以下方程式表示：

$$v_L(t) = Ee^{-\frac{t}{L/R}} \quad (\text{伏特, V})$$

(公式7-3a)

$$v_R(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}) \quad (\text{伏特, V}) \quad \text{or} \quad v_R(t) = E - v_L(t) \quad (\text{伏特, V})$$

(公式7-3b)

$$i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}) \quad (\text{安培, A}) \quad \text{or} \quad i(t) = v_R(t) / R \quad (\text{安培, A})$$

(公式7-3c)

時間常數

RL 充電電路中，開關接觸接點 a，電感器瞬間感應一個反電動勢，以抵抗電流的增加。然後此電壓逐漸降低，電路處於暫態，暫態時間長短是取決於電感值與電阻值比值的大小，其值經由實驗證明是 $5 \left(\frac{L}{R} \right)$ 。因此，我們定義一個時間常數 (time constant)，符號為 τ ，其公式為：

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (\text{秒}, \text{s})$$

τ ：時間常數，單位為秒(s)。

R ：電阻值，單位為歐姆(Ω)。

L ：電感值，單位為亨利(H)。

(公式7-3d)

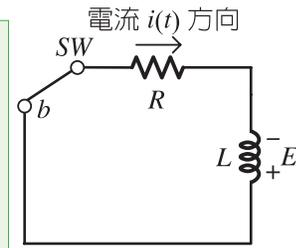


圖 7-3e RL 放電

RL放電

圖 7-3a 當電感器充滿以後，電感電壓為 0，電路呈現穩定狀態，此時電流為 E / R ，方向為順時針。若此時開關 SW 切換至 b 的位置，如圖 7-3e，電感器瞬間感應一個反向電壓 E（下面正，上面負），以能讓電流持續再順時針流動一下（電感就是電流來了，反抗一下，電流沒了，彌補一下，都是在維持現狀，此即為楞次定律）。但是此電動勢會隨時間的改變而逐漸降低，科學家經過不斷的實驗，發現也是經過同樣 5 個時間常數 ($\tau = \frac{L}{R}$) 後，逐漸降為 0。以上放電過程中， $v_L(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 的示波器函數圖形如圖 7-3f、7-3g、7-3h。

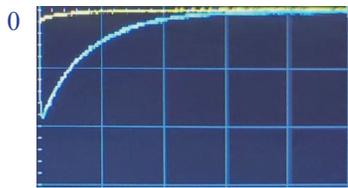


圖 7-3f $v_L(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_L(t)$

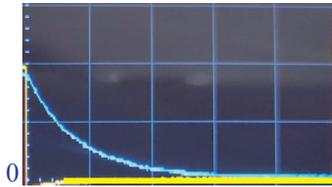


圖 7-3g $v_R(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_R(t)$

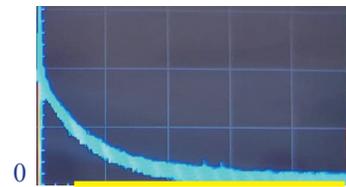


圖 7-3h $i(t)$

黃色是電源，藍色是 $i(t)$

以上波形與 7-1 節 $y=e^{-x}$ 與 $y=1-e^{-x}$ 相近，經過科學家不斷實驗，發現都與時間 t 、 E 、 R 、 L 有關，且為時間 t 函數，隨著時間 t 的改變而改變，其值可由方程式表示如下：

$$v_L(t) = -Ee^{-\frac{t}{L/R}} \quad (\text{伏特, V})$$

(負號表示與原充電電壓極性相反)

(公式7-3e)

$$v_R(t) = Ee^{-\frac{t}{L/R}} \quad (\text{伏特, V}) \quad \text{or} \quad v_R(t) = -v_L(t) \quad (\text{伏特, V})$$

(公式7-3f)

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{L/R}} \quad (\text{安培, A}) \quad \text{or} \quad i(t) = v_R(t) / R \quad (\text{安培, A})$$

(公式7-3g)

RL放電時間常數

電感放電時間與充電時間相同，所以一樣定義一個電感放電時間常數 τ 為：

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (\text{秒, s})$$

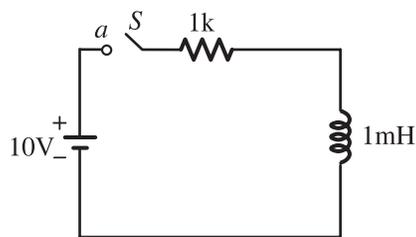
(公式7-3g)

也是配合 e 常數，剛好是電感放電剩下 36.8% 為 1 個時間常數。

範例7-3a

電阻與電感串聯電路如圖(1)，電感無任何電荷， $t=0$ 時， S 接通 a 點求：

- (1) 充電時間常數 τ 為何？
- (2) $t=0$ 時 v_L 、 v_R 、 i 分別為何？
- (3) $t=1 \text{ us}$ 時 v_L 、 v_R 、 i 分別為何？
- (4) $t=2 \text{ us}$ 時 v_L 、 v_R 、 i 分別為何？
- (5) $t=3 \text{ us}$ 時 v_L 、 v_R 、 i 分別為何？
- (6) $t=4 \text{ us}$ 時 v_L 、 v_R 、 i 分別為何？
- (7) $t=5 \text{ us}$ 時 v_L 、 v_R 、 i 分別為何？
- (8) 依照以上數據繪出 $v_L(t)$ 、 $v_R(t)$ 的函數圖形。
- (9) 依照課本公式，寫程式繪出 $v_L(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖形。



圖(1)

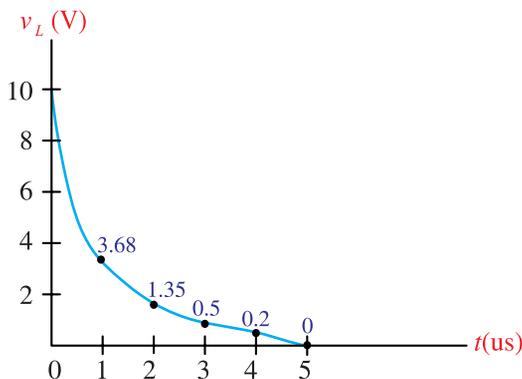
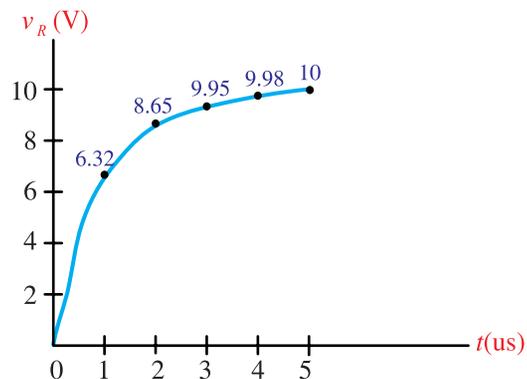
解

- (1) 電阻電感串聯充電時間常數 $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1m}{1k} = 1\mu s$ 。(充放電題目，都是先算出時間常數)

$$v_L(t) = Ee^{-\frac{t}{L/R}} \text{ (V)}, v_R(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}) \text{ (V)}, i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}) \text{ (A)}$$

(電感充電瞬間，電感瞬間感應 10V 來反抗電流的變化，讓電流維持現狀)

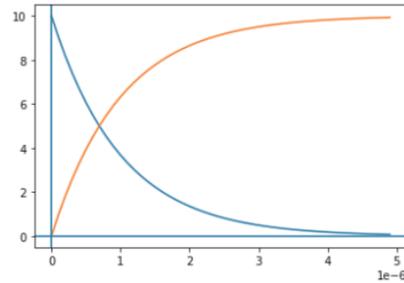
- (2) $t=0$ ， $v_L(0)=E=10V$ ， $v_R(0)=0V$ ， $i(0)=0A$
 (3) $t=1\mu s$ ，代表歷經一個時間常數， $-t/(L/R)$ 以 -1 代入 $v_L(1)=10 \times e^{-1} \doteq 3.68V$ ，
 $v_R(1)=10 - V_L(1) \doteq 6.32V$ ， $i(1)=v_R(1)/R \doteq 6.32mA$
 (4) $t=2\mu s$ ，代表歷經二個時間常數， $-t/(L/R)$ 以 -2 代入 $v_L(2)=10 \times e^{-2} \doteq 1.35V$ ，
 $v_R(2)=10 - V_L(2) \doteq 8.65V$ ， $i(2)=v_R(2)/R \doteq 8.65mA$
 (5) $t=3\mu s$ ， $v_L(3) \doteq 0.5V$ ， $v_R(3) \doteq 9.5V$ ， $i(3) \doteq 9.5mA$
 (6) $t=4\mu s$ ， $v_L(4) \doteq 0.02V$ ， $v_R(4) \doteq 9.98V$ ， $i(4) \doteq 9.98mA$
 (7) $t=5\mu s$ ， $v_L(5) \doteq 0$ ， $v_R(5) \doteq 10V$ ， $i(5) \doteq 10mA$
 (8) $v_L(t)$ 函數如圖 (2)， $v_R(t)$ 函數如圖 (3)。

圖 (2) $v_L(t)$ 函數圖圖 (3) $v_R(t)$ 函數圖

- (9) 撰寫 Python 程式如下，繪出 $v_L(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖形。

```
import matplotlib.pyplot as plt
#載入繪圖模組
import numpy as np #載入numpy 模組
k=1000;m=0.001
E=10;R=1*k;L=1*m
tau=L/R
t = np.arange(0, 5*tau, tau/10)
```

```
# t為串列，其值從0到5*tau，dt=0.1tau
y1=E*(np.e)**(-t/tau)#計算每一個x對應的y
值，y也是串列
y2=E*(1-(np.e)**(-t/tau))
plt.plot(t,y1)#繪出vL函數圖形
plt.plot(t,y2)#繪出vR函數圖形
plt.axhline(y=0)#繪出x軸
plt.axvline(x=0)#繪出y軸
plt.show() #於視窗輸出圖形
```



圖(4) $v_L(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖，藍色是 $v_L(t)$ ，橘色是 $v_R(t)$

(10) 以上程式可繪出函數圖形，若只要求出指定時間的 v_L 、 v_R 、 i 值，則程式如下：

```
import math#載入math模組
e=math.e #使用e常數
k=1000;m=0.001;u=0.000001
E=10;R=1*k;L=1*m;tau=L/R
t=1*u #時間在此調整
v1=E*e**(-(t/tau)) #vc(t)
vr=E*(1-e**(-(t/tau))) #v1(t)
i=vr/R
print("v1=",v1)#3.68
print("vr=",vr)#6.32
print("i=",i)#0.00632
```

自我練習

- 同範例 7-3a，但 E 改為 20V， R 改為 2k Ω ， L 改為 10mH。
 - 試計算放電時間常數。
 - 分別計算 1,2,3,4,5 個時間常數的 v_L 、 v_R 與 i ，填入下表。
 - 依照以上數據，繪出 $v_L(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖。

$\tau =$ s	電感電壓 v_L	電阻電壓 v_R	電阻電流 i
$t=1\tau =$ ___s			
$t=2\tau =$ ___s			
$t=3\tau =$ ___s			
$t=4\tau =$ ___s			
$t=5\tau =$ ___s			

2. 如下頁圖 (5) 所示之暫態電路及電流 $i_L(t)$ 時間響應圖，電流 $I_S=10A$ ，時間常數 τ 為 0.02 秒。已知電阻 $R_S=2\Omega$ ，且電感在開關 S_1 閉合前無儲存能量，當時間為零時 ($t=0$ 秒) 開關 S_1 閉合 (導通)，則此電路的直流電壓源 E_S 與電感 L_S 分別為何？ 統測 112

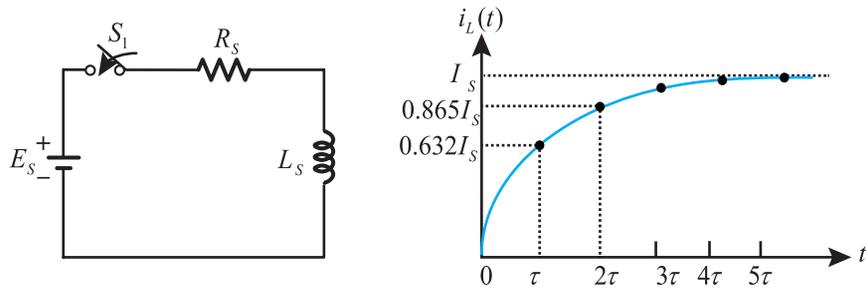


圖 (5)

- (A) $E_S=20V$ 、 $L_S=40mH$ (B) $E_S=10V$ 、 $L_S=30mH$
 (C) $E_S=20V$ 、 $L_S=20mH$ (D) $E_S=10V$ 、 $L_S=10mH$
3. 如圖 (6) 所示電路， $t=0$ 秒前電感器儲存能量為零，若 $t=0$ 秒時將開關 S 由位置 1 切至位置 2，則下列敘述何者正確？

統測 111

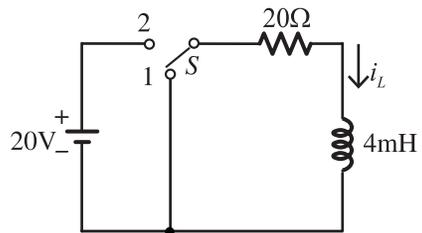


圖 (6)

- (A) 流經電感器的初始電流值為 1A 且電路時間常數為 80ms
 (B) 流經電感器的初始電流值為 0A 且電路時間常數為 80ms
 (C) 流經電感器的初始電流值為 1A 且電路時間常數為 0.2ms
 (D) 流經電感器的初始電流值為 0A 且電路時間常數為 0.2ms

範例7-3b

RL 串聯電路如圖 (1)， $t < 0$ 時，開關置於 a ， $t=0$ 時開關 S 置於 b 。求：

- (1) 放電時間常數 $\tau = ?$
- (2) $t < 0$ ， v_L 、 v_R 、 i 分別是多少？
- (3) $t = 0$ ， v_L 、 v_R 、 i 分別是多少？
- (4) $t = 2s$ ， v_L 、 v_R 、 i 分別是多少？
- (5) $t = 4s$ ， v_L 、 v_R 、 i 分別是多少？

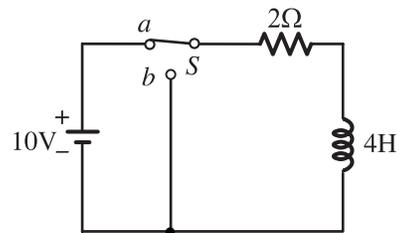


圖 (1)

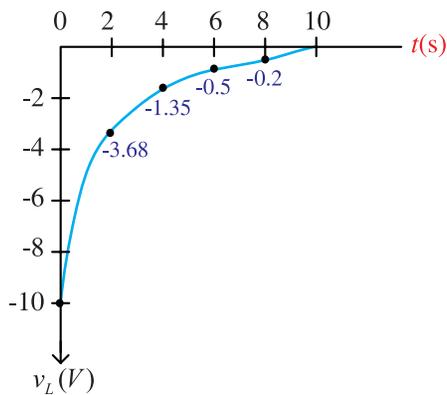
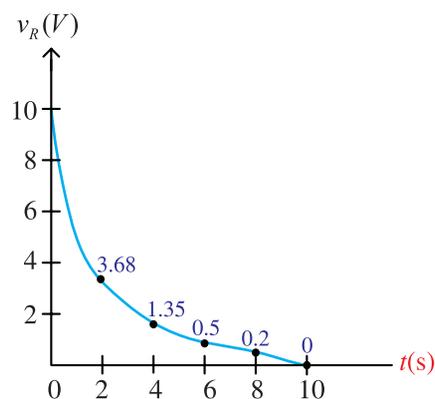
- (6) $t=6\text{s}$ ， v_L 、 v_R 、 i 分別是多少？
 (7) $t=8\text{s}$ ， v_L 、 v_R 、 i 分別是多少？
 (8) $t=10\text{s}$ ， v_L 、 v_R 、 i 分別是多少？
 (9) 依照以上數據繪出 $v_L(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖。

解

- (1) 放電時間常數 $\tau = L/R = 4/2 = 2\text{s}$ ，放電期間

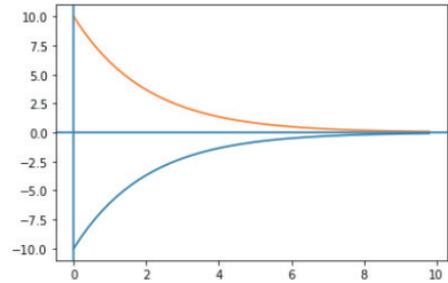
$$v_L(t) = -Ee^{-t/\tau} \quad v_R(t) = Ee^{-t/\tau} = -v_L(t) \quad i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} = \frac{v_R(t)}{R}$$

- (2) $t < 0$ 時， $v_L = 0$ ， $v_R = 10\text{V}$ ， $i = 10/2 = 5\text{A}$ （順時針）。
 (3) $t = 0$ 時， $v_L(0) = -10\text{V}$ ， $v_R(0) = 10\text{V}$ ， $i(0) = 5\text{A}$ （瞬間也是順時針 5A ）。
 （ $t = 0$ 時電感瞬間感應一個下正上負的 10V 電壓，以便維持原電流的大小與方向）
 (4) $t = 2\text{s}$ ， $v_L(2) \doteq -3.68\text{V}$ ， $v_R(2) \doteq 3.68\text{V}$ ， $i(2) \doteq 1.84\text{A}$
 (5) $t = 4\text{s}$ ， $v_L(4) \doteq -1.35\text{V}$ ， $v_R(4) \doteq 1.35\text{V}$ ， $i(4) \doteq 0.67\text{A}$
 (6) $t = 6\text{s}$ ， $v_L(6) \doteq -0.5\text{V}$ ， $v_R(6) \doteq 0.5\text{V}$ ， $i(6) \doteq 0.25\text{A}$
 (7) $t = 8\text{s}$ ， $v_L(8) \doteq -0.2\text{V}$ ， $v_R(8) \doteq 0.2\text{V}$ ， $i(8) \doteq 0.1\text{A}$
 (8) $t = 10\text{s}$ ， $v_L(10) \doteq 0$ ， $v_R(10) \doteq 0$ ， $i(10) \doteq 0$
 (9) $v_L(t)$ 函數如圖 (2)， $v_R(t)$ 函數如圖 (3)。

圖 (2) $v_L(t)$ 函數圖圖 (3) $v_R(t)$ 函數圖

(10) 以下是依據放電公式，寫程式繪出 $v_L(t)$ 與 $v_R(t)$ 函數圖

```
import matplotlib.pyplot as plt
#載入繪圖模組
import numpy as np #載入numpy 模組
E=10;R=2;L=4;tau=L/R
t = np.arange(0, 5*tau, tau/10)
# t為串列，其值從0到5*tau，dt=0.1tau
y1=-E*(np.e)**(-t/tau)#計算每一個x對應的y
值，y也是串列
y2=E*(np.e)**(-t/tau)
plt.plot(t,y1)#繪出vL函數圖形，藍色
plt.plot(t,y2)#繪出vR函數圖形，紅色
plt.axhline(y=0)#繪出x軸
plt.axvline(x=0)#繪出y軸
plt.show() #於視窗輸出圖形
```



圖(4) 藍色是 $v_L(t)$ ，紅色是 $v_R(t)$ 函數圖

(11) 以上程式可繪出函數圖形，若只要求出指定時間的 v_L 、 v_R 、 i 值，則程式如下：

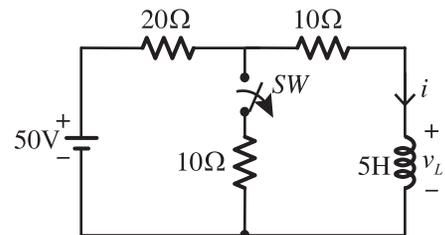
```
import math#載入math模組
e=math.e #使用e常數
E=10;R=2;L=4;tau=L/R
t=2 #時間在此修改
v1=-E*e**(-(t/tau)) #vc(t)
vr=E*e**(-(t/tau)) #v1(t)
i=vr/R
print(v1)#-3.68
print(vr)#3.68
print(i)#1.83
```

範例7-3c

如圖(1)所示之電路，開關 SW 閉合一段時間達穩態後，在 $t=0$ 時將開關 SW 切離，則切離瞬間電感器兩端之電壓 v_L 為何？

統測 108

(A) 10V (B) 20V (C) 40V (D) 50V



圖(1)

解

(1) 電感的特性是電流維持不變，也就是電流來了，我產生電壓反抗，電流沒了，我提供電壓，讓電流能維持不變。

(2) 本例 SW 閉合穩定時 $v_L = 0$ ，等效電路如圖 (2)。

$$I = \frac{50}{20 + (10 // 10)} = 2A \Rightarrow I_1 = I_2 = 1A$$

(3) SW 切離前，電感電流向下 1A， SW 切離瞬間，電感電流也要維持 1A，所以 $50 = 20 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + v_L \Rightarrow v_L = 20V$

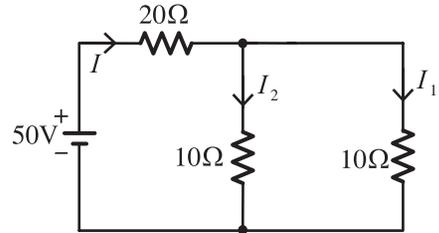


圖 (2)

自我練習

1. 如圖 (3) 所示電路，若電感器，電容器於開關 S 閉合前皆無儲存能量，則 S 閉合後之電流 I 的穩態值為何？

- (A) 1.27mA (B) 1.56mA
- (C) 2mA (D) 2.8mA

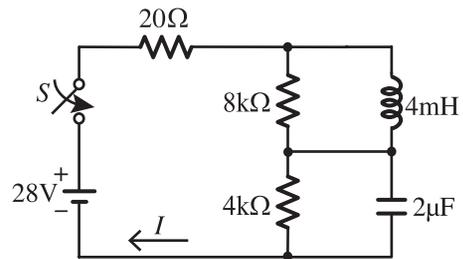


圖 (3)

範例7-3d

如圖 (1) 所示，電感在開關 S 閉合前已無儲能，若開關 S 在時間 $t=0$ 時閉合，則 $t>0$ 的電壓 $v(t)$ 為何？

- (A) $v(t) = 20(1 - e^{-100t})V$
- (B) $v(t) = 20(1 - e^{-50t})V$
- (C) $v(t) = 20 + 10e^{-100t}V$
- (D) $v(t) = 20 + 10e^{-50t}V$

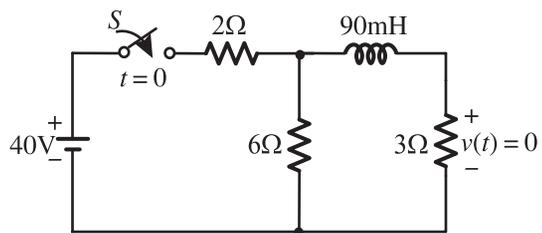


圖 (1)

解

1. 看到複雜的電路大多是先用戴維寧等效電路化簡，本例將 90mH 的電感與 3Ω 的電阻看成負載求其戴維寧等效電路。

$$V_{th} = 40 \cdot \frac{6}{2+6} = 30\text{V}$$

$$R_{th} = (2//6) = \frac{2 \cdot 6}{2+6} = \frac{3}{2} = 1.5\Omega$$

2. 重畫簡化後的電路如圖 (2)，此即為標準 R_L 充電電路，可使用 RL 串聯充電公式，所以充電時間常數

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{90\text{m}}{4.5} = 0.02\text{ s}$$

3. $v_R(t) = 30(1 - e^{-\frac{t}{0.02}}) = 30(1 - e^{-50t})$ ，此 v_R 是 1.5Ω 與 3Ω 的共同效應，題目只要 3Ω 的效應，所以是 $\frac{3}{4.5} \cdot 30(1 - e^{-50t}) = 20(1 - e^{-50t})\text{V}$ ，答案選 B。

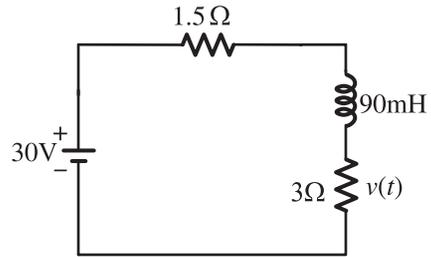


圖 (2)

自我練習

1. 電路如圖 (3)，求 (1) 電路導通的瞬間，電流 i 為多少？ (2) 電路的时间常數？ (3) 電路達穩態後的電流 i 是多少？

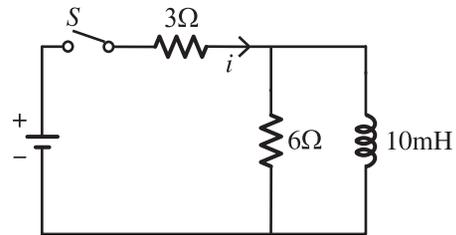


圖 (3)

2. 電路如圖 (4)，(1) 開關 S 閉合一段時間， i 為多少？ (2) 打開 S 瞬間， v_L 是多少？ (3) 打開後， $t=0.4$ 秒， v_L 是多少？ (4) 打開穩定後， i 為多少？

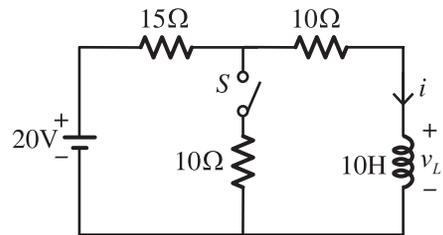


圖 (4)

3. 電路如圖 (5)，開關 S 打開的瞬間，電感的感應電動勢為何？ (請註明方向)

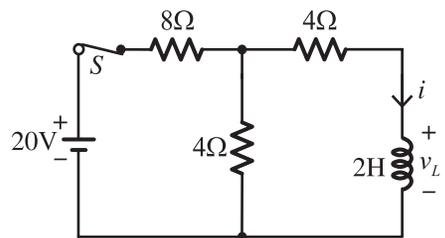
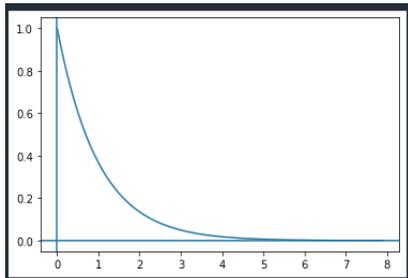
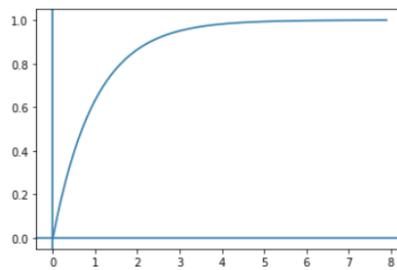


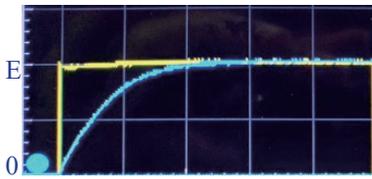
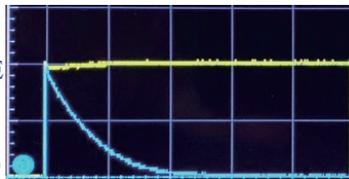
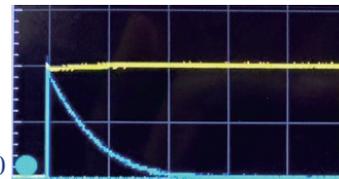
圖 (5)

7-4 本章內容摘要

1. $e \doteq 2.718$, $e^0 \doteq 1$, $e^{-1} \doteq 0.368$, $e^{-2} \doteq 0.135$, $e^{-3} \doteq 0.05$, $e^{-4} \doteq 0.02$, $e^{-5} \doteq 0$ 。
2. $1 - e^{-1} \doteq 0.632$, $1 - e^{-2} \doteq 0.865$, $1 - e^{-3} \doteq 0.95$, $1 - e^{-4} \doteq 0.98$, $1 - e^{-5} \doteq 1$ 。
3. $f(x) = e^{-x}$ 圖形如圖 (1) (趨近於 0), $f(x) = 1 - e^{-x}$ 圖形如圖 (2) (趨近於 1)。

圖 (1) $f(x) = e^{-x}$ 圖形圖 (2) $f(x) = 1 - e^{-x}$ 圖形

4. 電容是由平行電板組成，可以儲存電荷。
5. 電容充電， $v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 波形，如圖 (3)、圖 (4)、圖 (5)：

圖 (3) $v_C(t)$ 黃色是電源，藍色是 $v_C(t)$ 圖 (4) $v_R(t)$ 黃色是電源，藍色是 $v_R(t)$ 圖 (5) $i(t)$ 黃色是電源，藍色是 $i(t)$

$v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 充電方程式分別是：

$$v_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \text{ (V)} \quad (\text{電容充電後，} v_C \text{ 趨近於 } E)$$

(公式7-2a)

$$v_R(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}} \text{ (V)} = E - v_C(t) \text{ (V)} \quad (\text{電容充電後，} v_R \text{ 趨近於 } 0)$$

(公式7-2b)

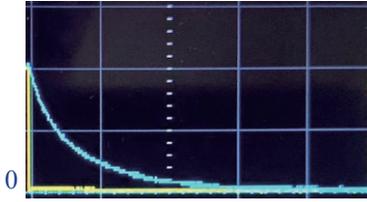
$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \text{ (A)} = v_R(t) / R \text{ (A)}$$

(公式7-2c)

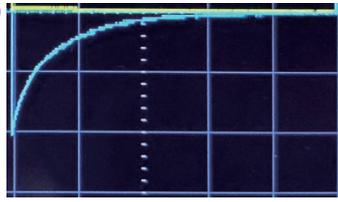
$$\text{時間常數 } \tau = RC \text{ (s)}$$

(公式7-2d)

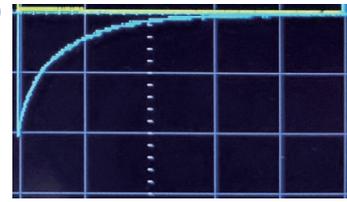
6. 電容放電， $v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 波形，如圖 (6)、圖 (7)、圖 (8)：

圖 (6) $v_C(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_C(t)$

圖 (7) $v_R(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_R(t)$

圖 (8) $i(t)$

黃色是電源，藍色是 $i(t)$

$v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 充電方程式分別是：

$$v_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}} \text{ (V)} \quad (\text{放電都是放到 } 0)$$

(公式7-2e)

$$v_R(t) = -Ee^{-\frac{t}{RC}} \text{ (V)} = -v_C(t) \text{ (V)} \quad (\text{放電都是放到 } 0, \text{ 請留意放電方向改變了})$$

(負號表示與原充電電壓極性相反)

(公式7-2f)

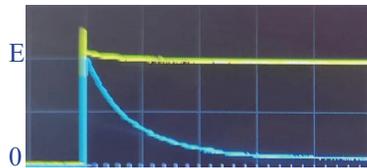
$$i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \text{ (A)} = \frac{v_R(t)}{R} \text{ (A)}$$

(負號表示與原充電電流方向相反)

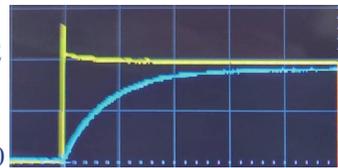
(公式7-2g)

7. 電感是由線圈纏繞而成，當電流來時，會瞬間產生反電動勢抵抗，然後此反電動勢會慢慢消失；當電流消失時，會瞬間產生電動勢彌補電流的消失，且此反電動勢也會慢慢消失，也就是電感的特性，都在維持電流能維持不變。

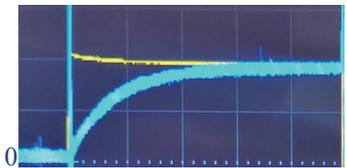
8. 電感充電， $v_L(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 波形，如圖 (9)、圖 (10)、圖 (11)：

圖 (9) $v_L(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_L(t)$

圖 (10) $v_R(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_R(t)$

圖 (11) $i(t)$

黃色是電源，藍色是 $i(t)$

$v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 充電方程式分別是：

$$v_L(t) = Ee^{-\frac{t}{L/R}} \text{ (V)}$$

(公式7-3a)

(電感充電是感應 E，反抗一下，然後趨近 0)

$$v_R(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}) \text{ (V)} = E - v_L(t) \text{ (V)}$$

(公式7-3b)

(充電是『電阻+電感 = E』，所以趨近 E)

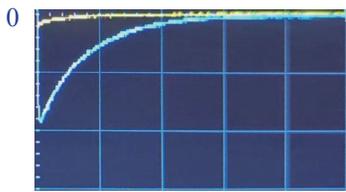
$$i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}) \text{ (A)} = \frac{v_R(t)}{R} \text{ (A)} \quad (i \text{ 都是 } v_R/R)$$

(公式7-3c)

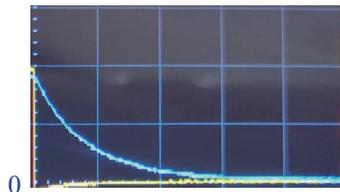
$$\tau = \frac{L}{R} \text{ (s, 電容充放電是 } \tau = RC)$$

(公式 7-3d)

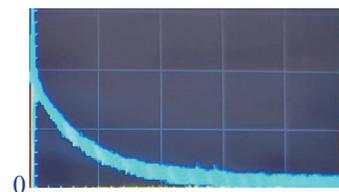
9. 電感放電， $v_L(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 波形，如圖 (12)、圖 (13)、圖 (14)：

圖 (12) $v_L(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_L(t)$

圖 (13) $v_R(t)$

黃色是電源，藍色是 $v_R(t)$

圖 (14) $i(t)$

黃色是電源，藍色是 $i(t)$

$v_C(t)$ 、 $v_R(t)$ 、 $i(t)$ 充電方程式分別是：

$$v_L(t) = -Ee^{-\frac{t}{L/R}} \text{ (V)} \quad (\text{電感放電是補充一下 E，然後趨近 0})$$

(負號表示與原充電電壓極性相反)

(公式7-3e)

$$v_R(t) = Ee^{-\frac{t}{L/R}} \text{ (V)} = -v_L(t) \text{ (V)} \quad (\text{放電放到 0，且同充電方向})$$

(公式7-3f)

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{L/R}} \text{ (A)} = \frac{v_R(t)}{R} \text{ (A)} \quad (i \text{ 都是 } v_R/R)$$

(公式7-3g)

10. 以上電容與電感充放電的電壓與電流整理如下表：（放電的負號代表與充電方向相反）

RC充放電	電容電壓	電阻電壓	電流	電流方向
電容充電	$0 \rightarrow E$	$E \rightarrow 0$	$E/R \rightarrow 0$	順時針
電容放電	$E \rightarrow 0$	$-E \rightarrow 0$	$-E/R \rightarrow 0$	逆時針
RL充放電	電感電壓	電阻電壓	電流	電流方向
電感充電	$E \rightarrow 0$	$0 \rightarrow E$	$0 \rightarrow E/R$	順時針
電感放電	$-E \rightarrow 0$	$E \rightarrow 0$	$E/R \rightarrow 0$	順時針

11. 電容充放電解題步驟。

- (1) 都是先算出充放電時間常數，電容充放電時間常數是 $\tau = RC$ ，電感充放電時間常數是 $\tau = L/R$ ，充放電時間都與 C 與 L 成正比， C 與 L 都是放分子；電感都是相反，所以電感的 R 放分母。
- (2) 算出經過幾個時間常數。
- (3) 電容 C 與電感 L 是主角，電容充放電先算出電容電壓，電感充放電先算出電感電壓。
- (4) 依據 KVL，充電時電阻電壓是：（電源電壓 E ）-（電容或電感電壓）；放電時，電阻電壓都是：（電容或電感電壓）的負值。
- (5) 依據歐姆定律，電流都是電阻電壓除以電阻值。
- (6) 若電路複雜，不是標準 RC 或 RL 充放電電路，都是先嘗試使用戴維寧定理，將電容或電感先移開，化簡電路，使其剩下單一電源與單一戴維寧電阻，然後就是標準電容或電感充放電電路，就可帶入電容或電感充放電公式。

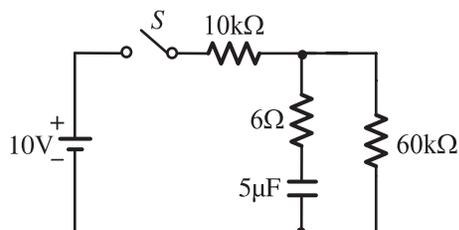
7-5 課後習題

選擇題

1. 如右圖所示，開關 S 閉合時的充電時間常數及開關 S 啓斷後的放電時間常數，分別為多少秒？

統測 106

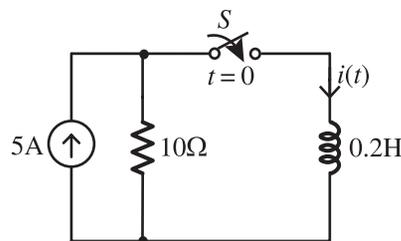
- (A) 0.25 及 0.4 (B) 0.4 及 0.2
(C) 0.4 及 0.25 (D) 0.2 及 0.4



2. 如右圖所示，若開關 S 閉合時 $t=0$ ，則 $t>0$ 的電流 $i(t)$ 為何？

統測 106

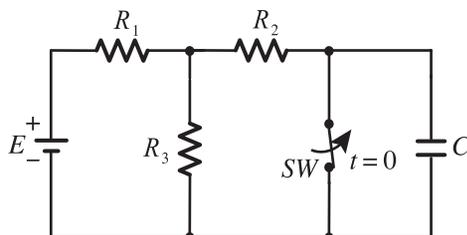
- (A) $i(t) = 50(1 - e^{-50t})$ A
(B) $i(t) = 50(1 - e^{-t/50})$ A
(C) $i(t) = 5(1 - e^{-50t})$ A
(D) $i(t) = 5e^{-50t}$ A



3. 如右圖所示，若電壓源 $E=15$ V， $R_1=R_2=R_3=10\Omega$ ， $C=10\mu$ F，開關 SW 打開時為 $t=0$ ，則下列敘述何者錯誤？

統測 105

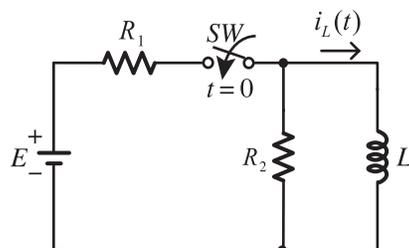
- (A) $t>0$ 之電路時間常數 $\tau = 0.3$ ms
(B) $t=0$ 電容器的電壓為零
(C) 開關打開後電路達穩態時電容器 C 電壓大小為 7.5V
(D) 電路達穩態後，沒有電流流過電容器 C



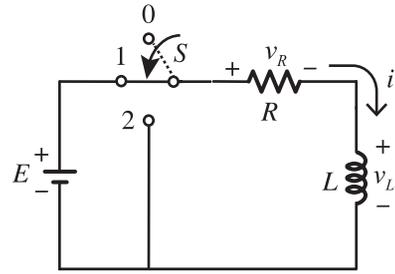
4. 如右圖所示，若電壓源 $E=24$ V， $R_1=3\Omega$ ， $R_2=6\Omega$ ， $L=5$ mH，開關 SW 閉合時為 $t=0$ ，請問 $t>0$ 之 $i_L(t)$ 為何？

統測 105

- (A) $16(1 - e^{-400t})$ A
(B) $8(1 - e^{-400t})$ A
(C) $16e^{-400t}$ A
(D) $8e^{-400t}$ A

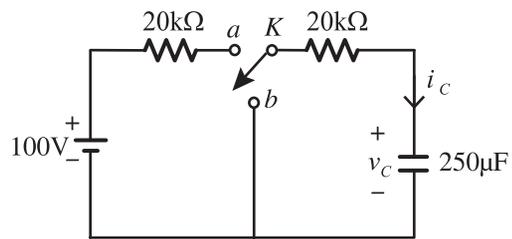


5. 如右圖所示，假設 $E=20V$ ， $R=5\Omega$ ， $L=5H$ ，若將開關 S 由位置 "0" 切換至 "1"，試求：
台電 111



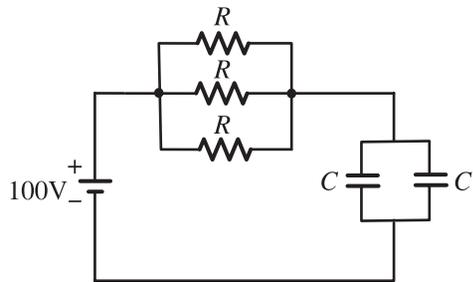
- (1) $t=0$ 秒時之 v_L
 (2) $t=1$ 秒時之 v_L 、 v_R 、 i
 (3) $t \geq 5$ 秒時之 v_L
 (註： $e^{-1}=0.368$ 、 $e^{-2}=0.135$ 、 $e^{-3}=0.05$)

6. 如右圖所示，假設電容無初始儲存能量，當 $t=0$ 秒時將 K 扳至 a 點，試求：
台電 109



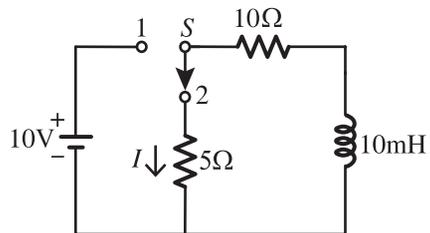
- (1) 電路時間常數 τ 為多少秒？
 (2) 當 $t=30$ 秒時， $V_C(t=30s)$ 為多少伏特 (V)？
 (3) 若在 $t=30$ 秒時瞬間將 K 扳至 b 點，則 $t=40$ 秒時， i_C 為多少安培 (A)？
 (註： $e^{-1}=0.368$ 、 $e^{-2}=0.135$ 、 $e^{-3}=0.05$)

7. 如右圖所示電路， $R=6k\Omega$ ， $C=1\mu F$ ，則時間常數為多少？
中油 111



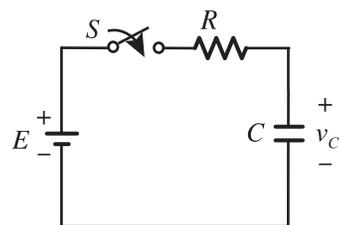
- (A) 1m sec
 (B) 4m sec
 (C) 9m sec
 (D) 36m sec

8. 如右圖所示電路，開關 S 已經在 1 的位置一段時間，電路已達穩定。若將開關切到 2 的位置，請問圖中 I 的瞬間電流大小為何？
自來水 110



- (A) 1A (B) -1A (C) 2A (D) -2A

9. 如右圖所示，若 $E=100V$ ， $R=10k\Omega$ ， $C=50nF$ ，且電容器的初始電壓為 30V，當開關 S 閉合之瞬間，流經電阻的電流為多少？
112 台北捷運

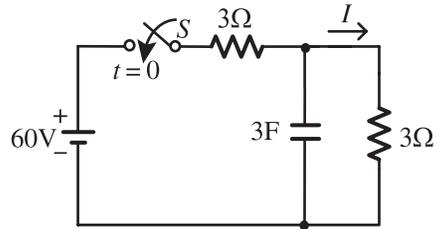


- (A) 1.1mA (B) 1.8mA (C) 3.5mA (D) 7.0mA

10. 如右圖所示，開關閉合前，電容器沒有儲存能量。在開關閉合後的瞬間，電流 I 為多少安培 (A) ?

112 台北捷運

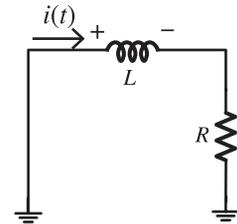
- (A) 10A
(B) 0A
(C) 1A
(D) 20A



11. 如右圖所示之無源 RL 電路，若 $L=2\text{mH}$ ， $R=10\Omega$ 及 $I(0)=I_0=5\text{A}$ ，求電流 $i(t)$ 之方程式？

111 鐵路特考

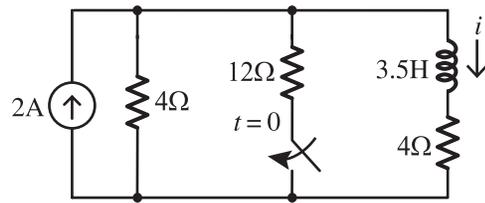
- (A) $i(t)=0.5e^{-5000t}\text{A}$
(B) $i(t)=0.5e^{-500t}\text{A}$
(C) $i(t)=5e^{-500t}\text{A}$
(D) $i(t)=5e^{-5000t}\text{A}$



12. 如右圖所示之電路，開關於 $t=0$ 時閉合，求 $i(\infty)$ 為何？

112 身心障礙特考

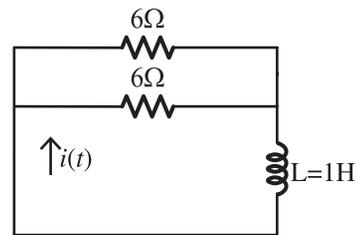
- (A) 12/7A (B) 1.0A
(C) 6/7A (D) 8/7A



13. 如右圖所示之電路，在 $t=0$ 時之電流 $i(0)=10\text{A}$ ，求其 $t>0$ 之電流 $i(t)$ 為何？

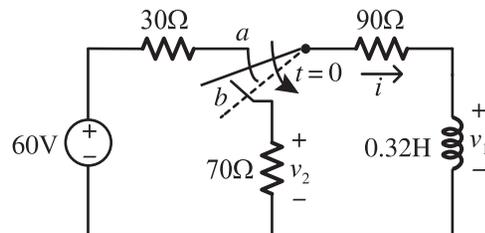
112 初等考試

- (A) $10e^{-t}$
(B) $10e^{-2t}$
(C) $10e^{-3t}$
(D) $10e^{-4t}$



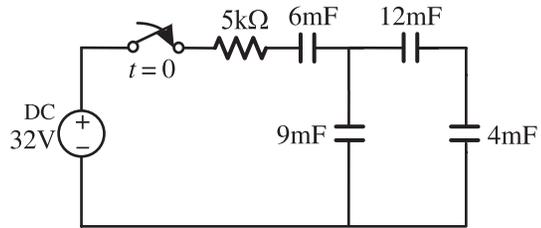
14. 如右圖所示的電路，電源是 60V 的直流電，電感值為 0.32H。開關停留在 a 的位置很長一段時間，電路處於穩定的狀態；在 $t=0$ 秒鐘時，迅速切換到 b 位置，試回答下列的開題：

- (1) $t=0$ 時，開關在 a 位置，流經電感的電流 i 為多少？
(2) $t=0$ 時，電感儲存的能量為多少焦耳？

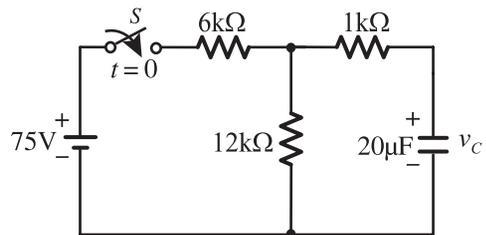


- (3) $t=0$ 時，開關已切換到 b 位置時的電流 i 為多少？
 (4) $t \geq 0$ 之後， $i(t)$ 的時間常數及電流暫態電流方程式。
 (5) $t \geq 0$ 之後，電感兩端的電壓方程式。 112 關務特考

15. 如右圖所示的電路中，各個電容器原本都沒有儲存任何電荷量，開關在時間 $t=0$ 時閉合，假設經過 5 倍時間常數電容器能夠充滿電荷達到直流穩態，計算此電路需幾秒即可完成充電？ 112 鐵路特考

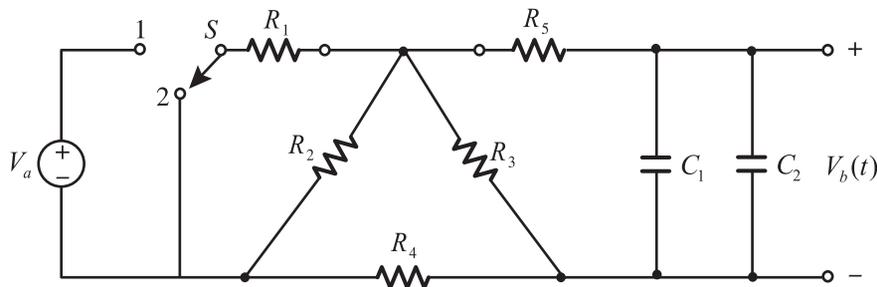


- (A) 40 秒 (B) 60 秒 (C) 100 秒 (D) 120 秒
16. 如右圖所示電路，在 $t=0$ 秒時將開關 S 閉合；若電容電壓初值為 $10V$ ，則 S 閉合後的電容器瞬間電流 $I_C(0)$ 與充電時間常數 T_C 分別為何？ 111 台北自來水



- (A) $I_C(0)=8mA$ ， $T_C=0.1$ 秒
 (B) $I_C(0)=10mA$ ， $T_C=0.15$ 秒
 (C) $I_C(0)=12mA$ ， $T_C=0.2$ 秒
 (D) $I_C(0)=15mA$ ， $T_C=0.25$ 秒
17. 如圖所示之電路，電容 C_1 和 C_2 之初始電壓為 0 ，即 $V_b(0)=0$ ，開關 S 在 $t < 0$ 時，長時間穩定接在 2 的位置點，在 $t=0$ 時， S 接到 1 的位置點， $t \geq 0$ 時， V_a 開始供電電路，其中 $V_a=10V$ ， $C_1=C_2=1\mu F$ ， $R_1=R_5=10\Omega$ ， $R_2=R_3=R_4=6\Omega$ ，試計算在時間 $t \geq 0$ 時， $V_b(t)$ 的電壓變化等式為何 (V)？

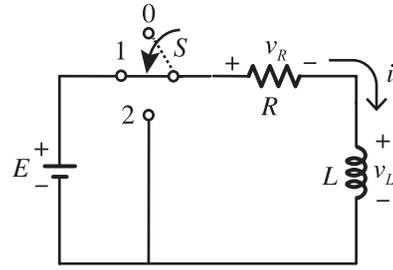
112 普考



18. 如右圖所示，假設 $E=20V$ ， $R=5\Omega$ ， $L=5H$ ，若將開關 S 由位置 "0" 切換至 "1" 試求：

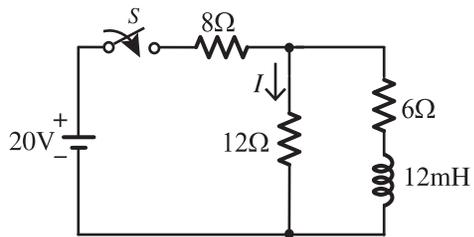
- (1) $t=0$ 秒時之 V_L
- (2) $t=1$ 秒時之 V_L 、 V_R 、 i
- (3) $t \geq 5$ 秒時之 V_L

(註： $e^{-1}=0.368$ 、 $e^{-2}=0.135$ 、 $e^{-3}=0.05$)



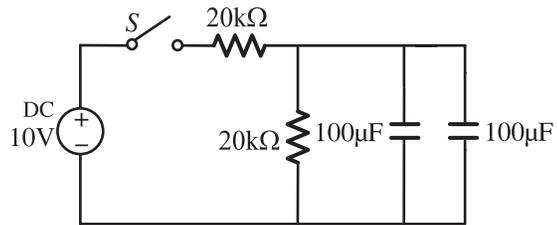
19. 如右圖所示電路，開關未閉合前，流經電感器之電流為 $0A$ ，當開關 S 按下的瞬間，電流 $I=?$ 111 台糖

- (A) $\frac{5}{9} A$ (B) $1A$
- (C) $\frac{9}{10} A$ (D) $\frac{5}{3} A$



20. 如右圖所示電路，在時間 $t=0$ 時開關 S 閉合，計算此電路之充電時間常數為何？ 111 地方特考

- (A) 1 秒 (B) 2 秒
- (C) 4 秒 (D) 5 秒



素養觀念題

1. 圖 (1) 是 RC 充放電示波器輸出圖，黃色 CH1 是 $v_s(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，藍色 CH2 是 $v_c(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，Time/Div=100μs，請問電源 $v_s(t)$ 頻率 = _____， RC 充放電時間常數 = _____，電源 $v_s(t)$ 的 V_{p-p} = _____，直流偏壓 = _____。

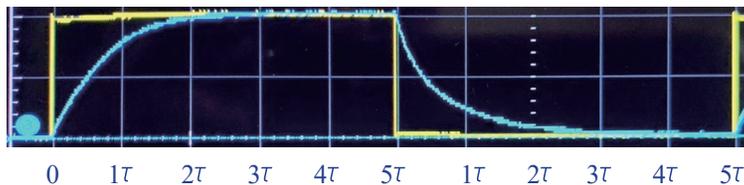


圖 (1)

2. 圖 (2) 是 RC 充放電示波器圖，黃色 CH1 是 $v_s(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，藍色 CH2 是 $v_R(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，Time/Div=200 μ s，請問電源 $v_s(t)$ 頻率 = _____， RC 時間常數 = _____，充電與放電的電流方向是否相同？ _____。
3. 圖 (3) 是 RC 充放電示波器圖，黃色 CH1 是 $v_s(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，藍色 CH2 是 $i(t)$ 波形 (Volts/Div=5mV)，Time/Div=100 μ s，請問電源頻率 = _____， RC 時間常數 = _____，充電與放電的電流方向是否相同？ _____。

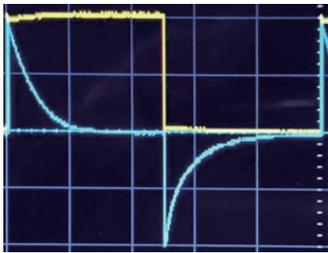


圖 (2)

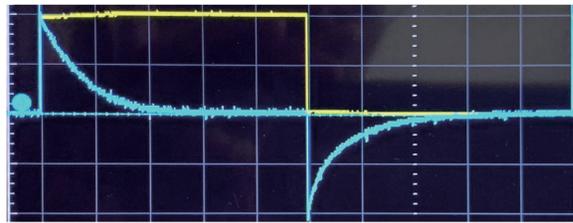


圖 (3)

4. 圖 (4) 是 RL 充放電示波器圖，黃色 CH1 是 $v_s(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，藍色 CH2 是 $v_L(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，Time/Div=10 μ s，請問電源頻率 = _____， RL 時間常數 = _____。



圖 (4)

5. 圖 (5) 是 RL 充放電示波器圖，黃色 CH1 是 $v_s(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，藍色 CH2 是 $v_R(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，Time/Div=10 μ s，請問電源頻率 = _____， RL 時間常數 = _____，充電與放電的電流方向是否相同？ _____。

6. 圖 (6) 是 RL 充放電示波器圖，黃色 CH1 是 $v_s(t)$ 波形 (Volts/Div=5V)，藍色 CH2 是 $i(t)$ 波形 (Volts/Div=5mV)，Time/Div=10 μ s，請問電源頻率 = _____， RL 時間常數 = _____，充電與放電的電流方向是否相同？ _____。

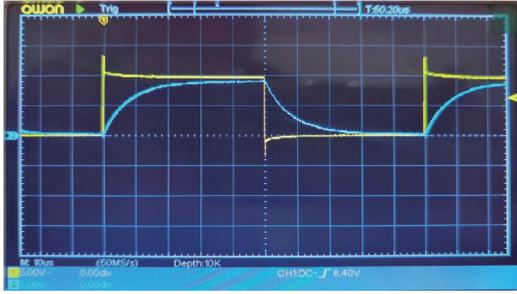


圖 (5)

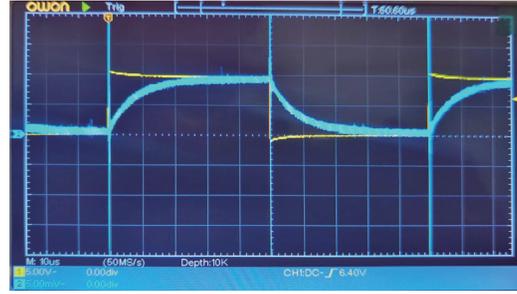


圖 (6)

MEMO